

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MODÉLISATION DE LA COMPLEXITÉ GÉOMÉTRIQUE
DES COMPOSANTS MÉCANIQUES

PAR
Badreddine ABOUCHALGHOUMA

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE
COMME EXIGENCE PARTIELLE À L'OBTENTION DE
LA MAÎTRISE AVEC MÉMOIRE EN GÉNIE MÉCANIQUE
M. Sc. A.

MONTREAL, LE 23 JUIN 2016

©Tous droits réservés, Badreddine Abouchalghouma, 2016

©Tous droits réservés

Cette licence signifie qu'il est interdit de reproduire, d'enregistrer ou de diffuser en tout ou en partie, le présent document. Le lecteur qui désire imprimer ou conserver sur un autre media une partie importante de ce document, doit obligatoirement en demander l'autorisation à l'auteur.

PRÉSENTATION DU JURY

CE MÉMOIRE A ÉTÉ ÉVALUÉ

PAR UN JURY COMPOSÉ DE :

M. Souheil Antoine Tahan, ing. Ph.D., directeur de mémoire
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Roland Maranzana, ing. Ph.D., codirecteur de mémoire
Département de génie de production automatisée à l'École de technologie supérieure

M. Michel Rioux, ing. Ph.D., président du jury
Département de génie de production automatisée à l'École de technologie supérieure

M. Marc Paquet, ing. Ph.D, membre du jury
Département de génie de production automatisée à l'École de technologie supérieure

M. Dominic Moreau, ing. M.Sc., examinateur externe
Bombardier Aéronautique

IL A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC

LE 21 JUIN 2016

À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

REMERCIEMENTS

Qu'il me soit permis avant tout d'exprimer mes remerciements et ma sincère gratitude à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à l'aboutissement de ce travail et à la réalisation de ce mémoire. Je tiens également à remercier :

M. Antoine Tahan, professeur au département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure (ÉTS) et directeur de mémoire, pour son aide tout au long de mon cursus au 2^e cycle universitaire, pour son soutien, ses conseils et ses encouragements que ce soit sur le plan professionnel ou humain ainsi que sa confiance et sa disponibilité.

M. Roland Maranzana, professeur au département de génie de production automatisée à l'École de technologie supérieure (ÉTS) et mon codirecteur, pour son soutien et ses conseils pertinents tout au long de mon cheminement.

M. Dominic Moreau, ingénieur au sein de Bombardier Aéronautique pour sa confiance et son aide lors de mon séjour à Bombardier Aéronautique.

Mes collègues au laboratoire d'ingénierie des produits, procédés et systèmes (LIPPS), et particulièrement Francis Baeni, pour son enthousiasme dans le partage de ses connaissances sur le procédé de placement de fibres AFP et son aide pour me familiariser avec ce procédé.

Le conseil de recherches en sciences naturelles et en génie du Canada (CRSNG), les Fonds de recherche du Québec – Nature et technologies (FRQNT) et Bombardier Aéronautique pour leurs contributions financières

Ma famille pour ses encouragements, ses sacrifices et ses efforts fournis pour ma réussite.

MODÉLISATION DE LA COMPLEXITÉ GÉOMÉTRIQUE DES COMPOSANTS MÉCANIQUES

Badreddine ABOUCHALGHOUMA

RÉSUMÉ

La complexité géométrique des pièces mécaniques est un paramètre déterminant qui intervient dans la capacité du procédé à assurer la fabricabilité des produits. Néanmoins, et afin de déterminer si le procédé est apte à fabriquer une pièce ayant une certaine géométrie, il faut que celle-ci soit fabriquée réellement. Dans ce mémoire, et dans la continuité des travaux effectués auparavant, nous présentons une démarche permettant la quantification de la complexité géométrique des pièces fabriquées avec le procédé de placement de fibres automatisé AFP. La quantification de cette complexité est basée sur l'analyse géométrique des surfaces à laminier en prenant en compte la direction de placement des fibres. Plusieurs métriques caractérisant la complexité géométrique seront mises en place et leur distribution sur une pièce réellement fabriquée chez notre partenaire industriel sera comparée aux erreurs de profil enregistrées lors de l'inspection des plis constituant la pièce prise comme référence afin d'identifier l'indice final reflétant le degré de complexité des pièces fabriquées avec le procédé AFP.

La quantification de la complexité géométrique aura comme but principal l'estimation des tolérances de profil à appliquer pour de nouvelles pièces ayant des géométries différentes, mais issues du même procédé AFP. Cet objectif sera réalisé en s'inspirant de méthodes développées auparavant basées sur les statistiques d'ordre et qui permettent d'avoir un modèle liant la complexité géométrique à la capacité du procédé de fabrication tout en respectant les exigences de la norme ASME Y14.5 (2009).

Mots clés: Complexité géométrique, capacité des procédés, procédé de placement de fibres AFP, tolérance de profil, analyse géométrique des surfaces

MODELING OF GEOMETRICAL COMPLEXITY OF MECHANICAL PARTS

Badreddine ABOUCHALGHOUMA

ABSTRACT

The geometrical complexity of the mechanical parts is a key parameter that intervenes in the process capability to ensure the manufacturability of products. Nevertheless, and to determine whether the process is able to manufacture a part having a certain geometry, it is necessary that the latter is actually manufactured. In this thesis and in the continuity of the work done previously, we present an approach for quantifying the geometrical complexity of parts produced with the automated fiber placement process AFP. Quantifying this complexity is based on the geometrical analysis of a surface laminated taking into account the fiber placement direction. Many candidate metrics characterizing the geometrical complexity will be implemented and their distribution on a truly manufactured part by our industrial partner will be compared to the profile deviations recorded during the inspection of the plies constituting the part taken as a reference. This task will be done to identify the final index reflecting the degree of complexity of parts produced with the AFP process.

Quantifying the geometrical complexity will give us the opportunity, by design, to estimate the profile tolerances to be applied to new parts having different geometries but from the same AFP process. This goal will be achieved by drawing on previously developed methods based on order statistics and which allow to have a model linking the geometrical complexity and the process capability while meeting the requirements of the standard (ASME Y14.5, 2009).

Keywords: Geometrical complexity, process capability, automated fiber placement AFP, profile tolerance, geometrical analysis of surfaces

TABLE DES MATIÈRES

	Page
INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1 REVUE LITTÉRAIRE	5
1.1 Capabilité des procédés.....	5
1.1.1 Principe et définitions	5
1.1.2 Les indices de capabilité	9
1.2 Tolérancement géométrique.....	12
1.3 Complexité géométrique	15
1.4 Procédés de placement des fibres	23
1.4.1 Rôle des matériaux composites dans l'industrie aéronautique	23
1.4.2 Procédés de fabrication à partir des matériaux composites	23
1.1.1. Procédé AFP	26
1.5 Conclusion	30
CHAPITRE 2 MÉTHODOLOGIE EXPÉRIMENTALE	31
CHAPITRE 3 DÉVELOPPEMENT DES INDICES CANDIDATS	37
3.1 Introduction au calcul des courbures et du chemin géodésique entre deux sommes...37	37
3.1.1 Calcul de courbure	37
3.1.2 Calcul du chemin géodésique	42
3.1.2.1 Principe général de l'algorithme « <i>Fast Marching</i> »	43
3.2 Indices de complexité candidats	44
3.2.1 Analyse géométrique des pièces	44
3.2.1.1 Métriques liées à la courbure des pièces.....	47
3.2.1.2 Métriques liées à l'analyse de la distance géodésique	56
3.2.2 Introduction à la mise en place de l'indice de complexité final	63
CHAPITRE 4 DÉVELOPPEMENT DU MODÈLE PROBABILISTE POUR LIER LA COMPLEXITÉ GÉOMÉTRIQUE À LA CAPABILITÉ DU PROCÉDÉ.....	67
4.1 Introduction aux statistiques d'ordre	67
4.1.1 Modélisation de la distribution des statistiques d'ordre	68
4.1.2 Distributions des extrêmes.....	69
4.2 Modélisation du lien entre la complexité géométrique et la capabilité	70
4.2.1 Identification de l'erreur de profil lors de l'inspection des plis laminés ..	70
4.2.2 Mise en place de la distribution de l'écart réel de profil.....	74
4.2.3 Estimation de la tolérance de profil pour des nouvelles pièces à partir de leur indice de complexité	78
4.3 Exemple d'application	84

CHAPITRE 5	CAS D'ÉTUDES : COMPLEXITÉ GÉOMÉTRIQUE DES PIÈCES FABRIQUÉES AVEC LE PROCÉDÉ AFP.....	89
5.1	Correspondance du nuage de points d'inspection avec les sommets du maillage de la pièce référence.....	90
5.1.1	Méthode de l'enveloppe convexe	90
5.1.2	Choix de la méthode de correspondance des paires de points	92
5.2	Identification de la métrique finale caractérisant la complexité géométrique	94
5.2.1	Analyse géométrique de la pièce référence	94
5.2.2	Mise en place de la métrique finale	97
5.3	Calcul de la complexité géométrique des pièces conçues et application du modèle probabiliste.....	105
CONCLUSION.....		111
RECOMMANDATIONS		117
ANNEXE I	CHOIX DE LA MÉTHODE DE CORRESPONDANCE À UTILISER.....	121
ANNEXE II	MODÉLISATION DE LA MÉTRIQUE FINALE SUR LES PIÈCES CONÇUES.....	123
BIBLIOGRAPHIE.....		133

LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau 1.1	Familles des tolérances géométriques selon ASME Y14.5 (2009), Tiré de Lévesque (2009)15
Tableau 1.2	Caractéristiques étudiées pour quantifier la complexité des pièces fabriquées Tiré de Kerbrat, Mognol et Hascoët (2010)21
Tableau 4.1	Abaques adimensionnels des percentiles $\hat{x}_{50\%}$ pour f_{z1}83
Tableau 4.2	Abaques adimensionnels des percentiles $\hat{x}_{99,865\%}$ pour f_{z1}84
Tableau 4.3	Nombre de sections par pièce et indice de complexité correspondant86
Tableau 4.4	Calcul de la limite de tolérance en fonction de la capabilité du procédé et de la complexité des pièces88
Tableau 5.1	Distance maximale entre les points d'inspection et leurs correspondants93
Tableau 5.2	Coefficients de corrélation linéaire entre les distributions des métriques candidates et la distribution des erreurs de profil.....100
Tableau 5.3	Coefficients de corrélation entre les métriques candidates et la variation de la vitesse de laminage par direction de placement.....102
Tableau 5.4	Récapitulation des indices de complexité dimensionnels et normalisés de chaque pièce107
Tableau 5.5	Estimation de la tolérance à assigner à chaque pièce en tenant compte de la complexité géométrique et la capabilité du procédé110
Tableau-A I-1	Comparaison des distances euclidiennes obtenues à partir des deux méthodes de correspondance122

LISTE DES FIGURES

	Page
Figure 0.1	Organisation du mémoire.....4
Figure 1.1	Procédé ergodique Tiré de ISO 22514 (2007)6
Figure 1.2	Procédé non stable Tiré de ISO 22514 (2007).....7
Figure 1.3	Exemple d'un tolérancement dimensionnel et angulaire, Tiré de Lévesque (2009)13
Figure 1.4	Exemple d'une tolérance géométrique de profil Tiré de Lévesque (2009)13
Figure 1.5	Exemple d'une surface libre (<i>freeform</i>) et les vecteurs \vec{u} et \vec{v} suivant lesquels ont été calculés les pentes, Tiré de Fan et al. (2012)18
Figure 1.6	Procédé de fabrication traditionnel de matériaux composites de hautes performances Tiré de Marsh (2011)24
Figure 1.7	Exemple d'un robot ATL Tiré de Lukaszewicz, Ward et Potter (2012) ...26
Figure 1.8	Constituants d'un robot AFP Tiré de Aized et Shirinzadeh (2010)27
Figure 1.9	Directions de laminage des fibres du procédé AFP28
Figure 1.10	Constituants de la tête de placement des fibres du robot AFP Tiré de Aized et Shirinzadeh (2010)29
Figure 2.1	Diagramme ISHIKAWA modélisant les éléments intervenant dans le processus de fabrication AFP.....31
Figure 2.2	Étapes de réalisation du projet36
Figure 3.1	Définition des vecteurs permettant le calcul des courbures Tiré de Maekawa et Patrikalakis (1994).....39
Figure 3.2	Propagation de front et chemin géodésique Tiré de Peyré et Cohen (2004).....44
Figure 3.3	Pièce référence45
Figure 3.4	Pièces modélisées.....46

Figure 3.5	Distributions des courbures moyenne, gaussienne, minimale et maximale.....	47
Figure 3.6	Distributions des directions minimales.....	48
Figure 3.7	Distributions des directions maximales.....	48
Figure 3.8	Distribution de l'indice C_1 pour différents angles de placement des fibres.....	51
Figure 3.9	Modélisation de la conduite du robot sur un cylindre Tiré de Wu <i>et al.</i> (2009).....	54
Figure 3.10	Projection 2D des lignes de constructions des fibres programmées suivant un rayon de courbure du «steering» pour assurer le placement des fibres sur une surface courbée Tiré de Wu et al. (2009).....	55
Figure 3.11	Exemple de la distribution de la distance géodésique et chemin géodésique entre deux points.....	57
Figure 3.12	Exemple de l'écart local entre le chemin géodésique et le parcours du robot.....	58
Figure 3.13	Exemple de l'écart total (Geo_1) entre le chemin géodésique et le parcours du robot (points de départs en bleu et points d'arrivée en rouge).....	59
Figure 3.14	Modélisation de l'écart maximal (Geo_2) entre le chemin géodésique et le parcours du robot.....	60
Figure 3.15	Récapitulation des métriques candidates.....	62
Figure 3.16	Indice de complexité en fonction d'une caractéristique G en appliquant l'équation (2.27).....	65
Figure 4.1	Modélisation des erreurs de position de coupe et de côté et leur résultante.....	72
Figure 4.2	PDF de z_1 en variant μ et σ et en fixant la complexité $n = 10$	80
Figure 4.3	CDF de z_1 en variant μ et σ et en fixant la complexité n	80
Figure 4.4	PDF de z_1 en variant La complexité n et en fixant μ_δ et σ_δ tel que $f(\delta_i) \square N(0,1)$	81

Figure 4.5	CDF de z_1 en variant La complexité n et en fixant μ_δ et σ_δ tel que $f(\delta_i) \square N(0,1)$81
Figure 4.6	Tolérance de profil à appliquer en fonction de \hat{C}_{pk} et la complexité n pour $\delta_i \square N(0,1)$82
Figure 4.7	Contours des sections sur un pli d'une pièce.....85
Figure 4.8	Complexité géométrique en fonction du nombre de sections87
Figure 5.1	Exemple d'une surface libre « <i>free-form</i> » et son enveloppe convexe correspondante. Tiré de Biradar et Pande (2015)91
Figure 5.2	Représentation de la distribution de la courbure gaussienne et moyenne locale sur la pièce référence (po^{-1})94
Figure 5.3	Représentation de la distribution des courbures principales locale sur la pièce référence (po^{-1})95
Figure 5.4	Représentation de la distribution des directions principales minimales95
Figure 5.5	Représentation de la distribution des directions principales maximales ...96
Figure 5.6	Modélisation de l'écart local entre le chemin géodésique et le parcours du robot.....97
Figure 5.7	Processus d'alignement des points pour le calcul des métriques98
Figure 5.8	Moyenne de la variation de la vitesse en fonction de la métrique finale A_{C_{mean}, Geo_2}103
Figure 5.9	Distribution de la métrique finale sur la pièce référence suivant les quatre directions de laminage104
Figure 5.10	Échelle de la complexité géométrique en fonction de la métrique finale108
Figure 5.11	Histogramme de la distribution des erreurs de profil de la pièce référence.....109
Figure R-1	Sources potentielles pour la quantification de la complexité du procédé AFP.....120
Figure-A II-1	Distribution de la valeur absolue de la courbure moyenne.....124

Figure-A II-2	Distribution de l'écart local entre le parcours du robot et le chemin géodésique.....	124
Figure-A II-3	Distribution de la métrique finale globale aux points de coupe et de réacheminement des fibres	125
Figure-A II-4	Distribution de la valeur absolue de la courbure moyenne.....	125
Figure-A II-5	Distribution de l'écart local entre le parcours du robot et le chemin géodésique.....	126
Figure-A II-6	Distribution de la métrique finale globale aux points de coupe et de réacheminement des fibres	126
Figure-A II-7	Distribution de la valeur absolue de la courbure moyenne.....	127
Figure-A II-8	Distribution de l'écart local entre le parcours du robot et le chemin géodésique.....	127
Figure-A II-9	Distribution de la métrique finale globale aux points de coupe et de réacheminement des fibres	128
Figure-A II-10	Distribution de la valeur absolue de la courbure moyenne.....	128
Figure-A II-11	Distribution de l'écart local entre le parcours du robot et le chemin géodésique.....	129
Figure-A II-12	Distribution de la métrique finale globale aux points de coupe et de réacheminement des fibres	129
Figure-A II-13	Distribution de la valeur absolue de la courbure moyenne.....	130
Figure-A II-14	Distribution de l'écart local entre le parcours du robot et le chemin géodésique.....	130
Figure-A II-15	Distribution de la métrique finale globale aux points de coupe et de réacheminement des fibres	131
Figure-A II-16	Distribution de la valeur absolue de la courbure moyenne.....	131
Figure-A II-17	Distribution de l'écart local entre le parcours du robot et le chemin géodésique.....	132
Figure-A II-18	Distribution de la métrique finale globale aux points de coupe et de réacheminement des fibres	132

LISTE DES ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES

AFP	Placement de fibres automatisé (<i>Automated Fiber Placement</i>)
ASME	Société américaine des ingénieurs mécanique (<i>American Society of Mechanical Engineers</i>)
ATL	Placement automatisé des bandes (<i>Automated Tape Layer</i>)
CAD	Conception assistée par ordinateur (<i>Computer Aided Design</i>)
CDF	Fonction de répartition de la probabilité (<i>Cumulative Density Function</i>)
DFM	Conception pour la fabrication (<i>Design For Manufacturing</i>)
DFA	Conception pour l'assemblage (<i>Design For Assembly</i>)
FW	Enroulement filamentaire (<i>Filament Winding</i>)
GD&T	Tolérancement géométrique et dimensionnel (<i>Geometric Dimensioning and Tolerancing</i>)
ISO	Organisation internationale de normalisation (<i>International Standard Organisation</i>)
ICP	Algorithme itératif du point le plus proche (<i>Iterative Closest Point</i>)
LMC	Condition minimum de matière (<i>Least Material Condition</i>)
LTI	Limite de tolérance inférieure
LTS	Limite de tolérance supérieure
MMC	Condition maximum de matière (<i>Maximum Material Condition</i>)
PDF	Fonction de densité de probabilité (<i>Probability Density Function</i>)
T	Valeur cible (<i>Target</i>)

LISTE DES SYMBOLES ET UNITÉS DE MESURE

mm	Millimètres
po	Pouces
5M	Diagramme de causes à effets
$R_{99.73\%}$	L'étendue de 99.73% de la distribution du processus
$\hat{C}_{p,pu,pl,pk,...}$	Indice de capabilité des procédés
$P_{p,pl,pu,pk}$	Indice de performance des procédés
$\hat{x}_{\%}$	Percentile
\Re^+	Ensemble des réels positifs
G	Indice de complexité dimensionnel
n	Indice de complexité normalisé (adimensionnel)
dr	Déplacement infinitésimal
(u, v)	Espace dimensionnel paramétrique
(x, y, z)	Ensemble de coordonnées tridimensionnelles
I	Première forme fondamentale de la géométrie différentielle
II	Deuxième forme fondamentale de la géométrie différentielle
$k_{n,g}$	Composantes de la courbure locale
U	Fonction de distance pondérée
$\frac{1}{P(x)}$	Vitesse de propagation du front sur une surface
$C_{moy,gauss...}$	Métrique candidate locale caractérisant la courbure
$\overrightarrow{Dir}_{min,max}$	Directions principales de courbure
$M_{C_{moy},C....}$	Métrique candidate globale liée à la courbure
Δl	Déplacement instantané du robot
$R_{steering}$	Rayon de courbure de la conduite du robot (<i>Steering</i>)
$Geo_{1,2...}$	Métrique liée à la distance géodésique
$A_{...}, P_{...}, S_{...}$	Combinaison de métrique
X_{\bullet}	Échantillon d'une population
$X_{(i)}$	Membre de l'échantillon d'ordre i
iid	Indépendants et identiquement distribués
$F(t)$	Fonction de répartition
$f(t)$	Fonction de densité de probabilité
$m_n(t)$	Nombre d'éléments dans un échantillon vérifiant une condition donnée
μ	Moyenne
σ	Écart-type
P_R	Point réel
P_N	Point nominal

P_{EC}	Point de l'erreur de coupe
P_{ES}	Point de l'erreur de côté
$\overrightarrow{Err_{cut}}$	Vecteur de l'erreur parallèle à la direction de laminage
$\overrightarrow{Err_{side}}$	Vecteur de l'erreur perpendiculaire à la direction de laminage
$N(\mu, \sigma)$	Distribution aléatoire normale de moyenne μ et d'écart type σ
$z1$	Écart réel de profil
δ_i	Déviation normale à la surface théorique
$N_{Sections}$	Nombre de sections sur un pli

INTRODUCTION

Depuis environ trois décennies, le processus de développement des nouveaux produits a connu des bouleversements majeurs. À titre d'exemples, nous pouvons citer la réduction du temps de développement, l'intégration massive des modeleurs virtuels et l'avènement d'une économie mondiale. Dans ce processus, le tolérancement des composants constitue une étape déterminante qui influence la qualité du produit et son coût de fabrication. Une conception est dite optimale lorsque les requis fonctionnels sont assurés selon un niveau de confiance préétabli et que la fabrication s'effectue à un coût minimum selon les moyens disponibles de production. Pour atteindre cet objectif, des outils tels que le tolérancement géométrique, l'approche probabiliste et les indices de capabilité doivent être employés simultanément.

L'historique collecté par les opérations de contrôle de la qualité permet d'évaluer, *a posteriori*, le comportement réel d'un procédé spécifique et d'exprimer son attitude à maintenir des niveaux de variation sur des caractéristiques fonctionnelles. Toutefois, la connaissance, *a priori*, de la capabilité d'un procédé permet de créer un lien efficace entre le requis du produit (ingénierie de conception) et les contraintes de la fabrication. Ainsi, pour exploiter le plein potentiel de ces outils, un concepteur doit avoir en sa possession une estimation probante de la performance d'un procédé à rencontrer les requis. Or, avec la réduction constante du temps de développement, l'allocation optimale des tolérances, dès la phase de conception, devient alors un enjeu majeur.

Le terme «*capabilité d'un procédé*» est encadré par la norme ISO 22514. Pour une spécification et un procédé donné, ce terme exprime un intervalle probabiliste dans lequel s'y trouvent 99,73 % des pièces fabriquées (pour une spécification cibles avec deux limites : maximale et minimale). Aujourd'hui, estimer la capabilité est une démarche essentiellement empirique; un industriel est en mesure d'estimer le comportement d'un procédé à partir de données recueillies sur un échantillon représentatif de sa production. Ces statistiques peuvent alors être conservées et exploitées pour estimer l'attitude du même procédé pour une géométrie strictement similaire. De récentes recherches suggèrent que la complexité peut être

abordée d'un point de vue purement géométrique (ex. variation des courbures, nombres de primitifs, *etc.*) ou en examinant le procédé (ex. estimer le torseur de déplacement sur le parcours d'un outil de coupe). Peu importe l'approche retenue, une question fondamentale demeure : *pour un même procédé, comment peut-on extrapoler une capacité connue pour un composant dans le but d'estimer la capacité pour un nouveau composant à géométrie différente, mais issu du même procédé?*

Dans notre cas, le procédé étudié est le procédé de placement de fibres automatisé (AFP). Lors du déroulement de ce procédé, plusieurs déviations peuvent avoir lieu au moment de la dépose et de la coupe de la fibre. Parmi les causes responsables de l'apparition de ces erreurs, nous citons la géométrie de la pièce à fabriquer. Par conséquent, dans ce projet, nous tentons de développer des métriques qui vont nous permettre d'exprimer la complexité des pièces à fabriquer reflétée du point de vue géométrique. En effet, en partant de l'hypothèse que la géométrie de la pièce à fabriquer et sa complexité ont un impact direct sur l'augmentation de l'amplitude des erreurs de profil enregistrées lors de l'inspection, nous développons plusieurs métriques candidates qui reflètent le degré de la complexité géométrique des pièces. Nous tentons par la suite d'identifier une corrélation significative entre au moins une de ces métriques et les déviations enregistrées sur une pièce fabriquée réellement. La métrique ayant le plus haut niveau de corrélation significative avec la distribution des erreurs de profil constituera notre métrique finale qui combine et caractérise les différents entrants à la complexité géométrique des pièces à fabriquer.

Cet indice de complexité va ensuite être lié aux caractéristiques statistiques du procédé dans le but d'estimer la capacité d'un nouveau composant ayant une géométrie différente, mais devant être issu du même procédé de fabrication. Par conséquent, le modèle établi va nous permettre de réaliser l'objectif principal de ce projet qui consiste à définir une démarche permettant l'estimation de l'intervalle dans lequel le procédé AFP respecte une spécification donnée tout en tenant compte de la complexité géométrique de la pièce à fabriquer et la capacité de ce procédé.

Afin de réaliser l'objectif global du projet, trois (3) objectifs spécifiques ont été définis. Ces objectifs sont :

- Développer des métriques reflétant le degré de complexité d'une pièce fabriquée par l'AFP.
- Établir un modèle pour créer un lien entre l'indice de complexité mis en place et les variations inhérentes (capabilité) du procédé AFP.
- Exploiter ce lien pour interpoler (ou extrapoler) l'intervalle dans lequel le procédé de fabrication respecte une spécification (tolérance de dépose lors de la coupe des fibres).

Ce mémoire présente donc le travail réalisé pour atteindre les objectifs du projet et il s'organise en cinq chapitres. Le CHAPITRE 1 permet de présenter les principaux concepts qui interviennent dans la réalisation de ce projet à savoir la capabilité des procédés, la complexité et spécialement la complexité géométrique, le tolérancement géométrique et le procédé de placement de fibres automatisé AFP. Le CHAPITRE 2 permet de détailler les différentes étapes de réalisation du projet présenté au-dessus et étale la méthodologie expérimentale adoptée tout au long de notre travail afin de valider les hypothèses considérées. Le CHAPITRE 3 présente quant à lui les analyses géométriques réalisées sur des pièces mécaniques ainsi que les indices de complexité candidats développés. Une brève introduction à la méthode que nous avons utilisée pour choisir la métrique finale est aussi présentée dans ce chapitre. Le CHAPITRE 4 détaille l'élaboration du modèle probabiliste qui nous a permis d'établir le lien entre la complexité géométrique et la capabilité du procédé et présente un exemple simple d'application de ce modèle. Le CHAPITRE 5 détaille les différentes étapes du choix de la métrique finale qui caractérise la complexité géométrique des pièces fabriquées avec le procédé AFP et dont la distribution possède le coefficient de corrélation le plus élevé avec la distribution des erreurs de profil enregistrées lors de l'inspection d'une pièce réelle. Une étude de cas appliquée à notre contexte de recherche sera aussi présentée. Cette étude nous permettra d'appliquer le modèle probabiliste développé au chapitre précédent sur le procédé de placement de fibres en utilisant l'indice de complexité

géométrie final. Une conclusion générale et des recommandations complètent le présent mémoire.

La Figure 0.1 illustre l'organisation des chapitres de ce mémoire.

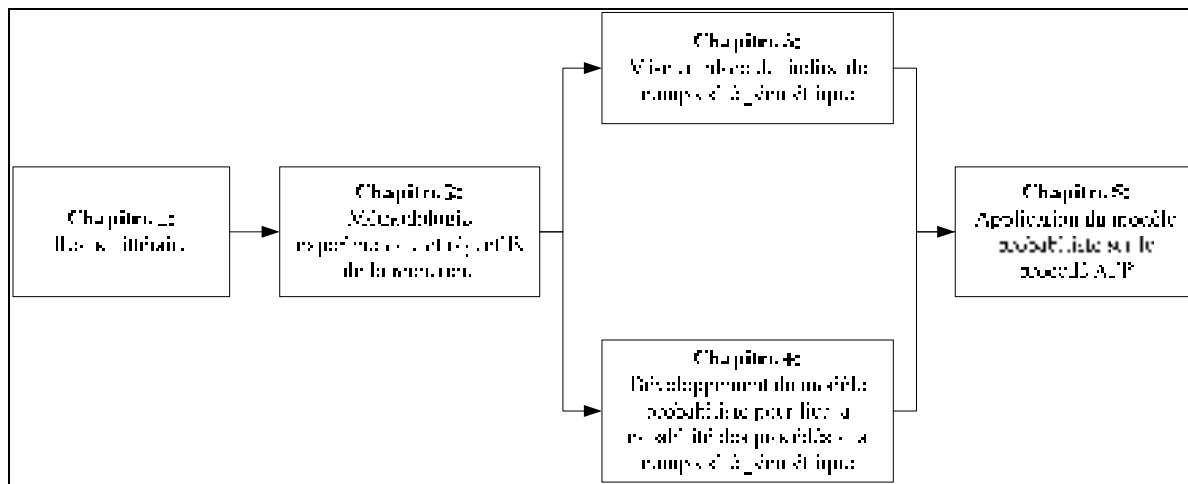


Figure 0.1 Organisation du mémoire

CHAPITRE 1

REVUE LITTÉRAIRE

Plusieurs concepts interviennent dans la réalisation du projet. Dans ce chapitre, nous présenterons un résumé concis de l'état de l'art des principaux domaines qui nous ont permis de réaliser notre travail. Nous commencerons par la présentation générale de la capabilité des procédés, suivie par une introduction au tolérancement géométrique pour ensuite aborder la notion de la complexité géométrique et quelques méthodes pour sa quantification. Enfin, nous présenterons quelques procédés de fabrication à partir des matériaux composites ainsi que le procédé sur lequel portera notre projet qui est le procédé de placement des fibres automatisé (AFP).

1.1 Capabilité des procédés

1.1.1 Principe et définitions

De nos jours, la concurrence entre les industriels est devenue très élevée pour assurer et satisfaire les exigences des clients. Par conséquent, le contrôle continu des procédés de fabrication est devenu indispensable dans l'industrie afin de pouvoir anticiper l'apparition des défauts et assurer une meilleure qualité de produit sans que ceci influe sur la productivité. Pour ce, et afin de mieux contrôler les procédés de fabrication et assurer une meilleure qualité, des études ont été réalisées pour mettre en place des indices qui permettent de prévoir le comportement d'un processus en se basant sur son comportement au passé.

Les études de capabilité permettent la prévision, dans un sens probabiliste, l'état de sortie d'un processus. Cette tâche reste impossible du moment que les performances antérieures du processus ne fournissent pas une base solide pour la prédiction. Ainsi, avant que l'étude de la capacité soit significative, le processus en cours d'étude doit être stable (ergodique). En effet, quand un processus est stable, il est prédictible. À partir de là, des estimations fiables des paramètres du procédé peuvent être évaluées (ex. niveau de conformité, probabilité, *etc.*). Et

puisque le procédé est prédictible, les résultats trouvés peuvent nous donner une idée sur sa performance future. Ces résultats restent valables aussi longtemps que le procédé est stable. Mais quels critères doit vérifier un procédé pour qu'il soit considéré comme un procédé stable?

Selon Bothe (1997), la sortie d'un procédé est considérée comme stable quand sa variation est seulement liée aux causes communes (ou inhérentes au procédé comme tel). Ces causes communes proviennent des éléments de base du processus de fabrication qui sont en effet les 5Ms à savoir la machine, la main d'œuvre (opérateur), la méthode de travail, le matériel et la mesure. Un procédé ergodique est un procédé dit sous contrôle statistique et les variations qui peuvent se manifester sont dites des variations constantes ou inhérentes (ISO 22514, 2007). Dans le cas de la présence de ce type de variations, la distribution de la production est aussi constante (Figure 1.1) et par conséquent il est possible de prédire le comportement du procédé et sa capacité à rencontrer des spécifications.

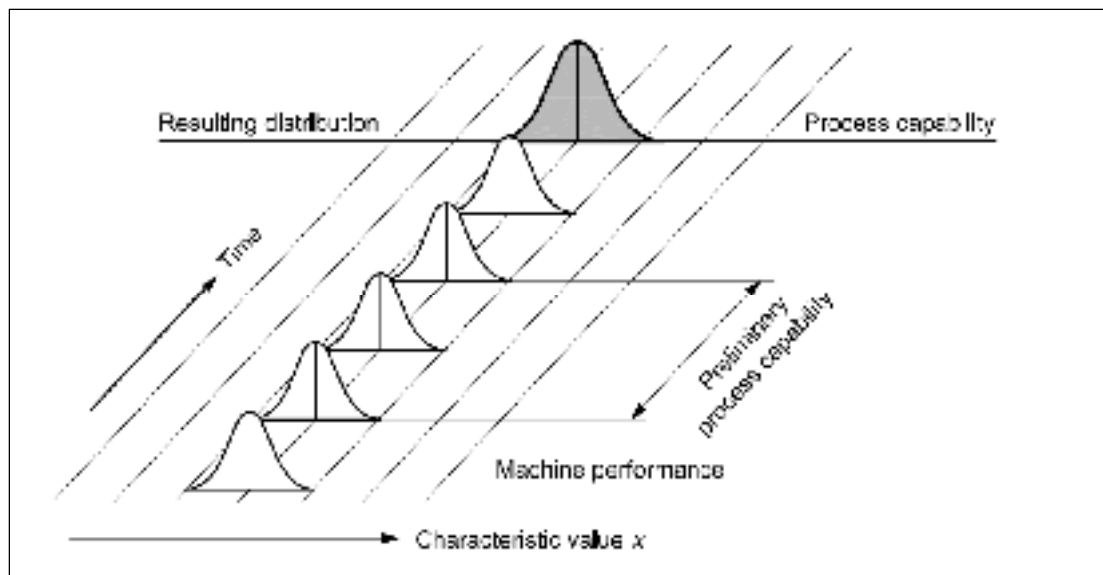


Figure 1.1 Procédé ergodique
Tiré de ISO 22514 (2007)

D'autre part, un procédé devient instable si des variations non planifiées (spéciales) se produisent et dont l'origine provient de l'extérieur des conditions d'exploitation prévues pour

le processus. Ces variations spéciales ont des sources qui changent complètement la forme de la distribution des données (ex. localisation, variance, *etc.*). Dans le cas où le procédé est caractérisé comme non stable (Figure 1.2), il n'est plus possible de prédire son comportement et nous ne pouvons plus calculer sa capacité, mais plutôt calculer ce qu'on appelle la performance du procédé.

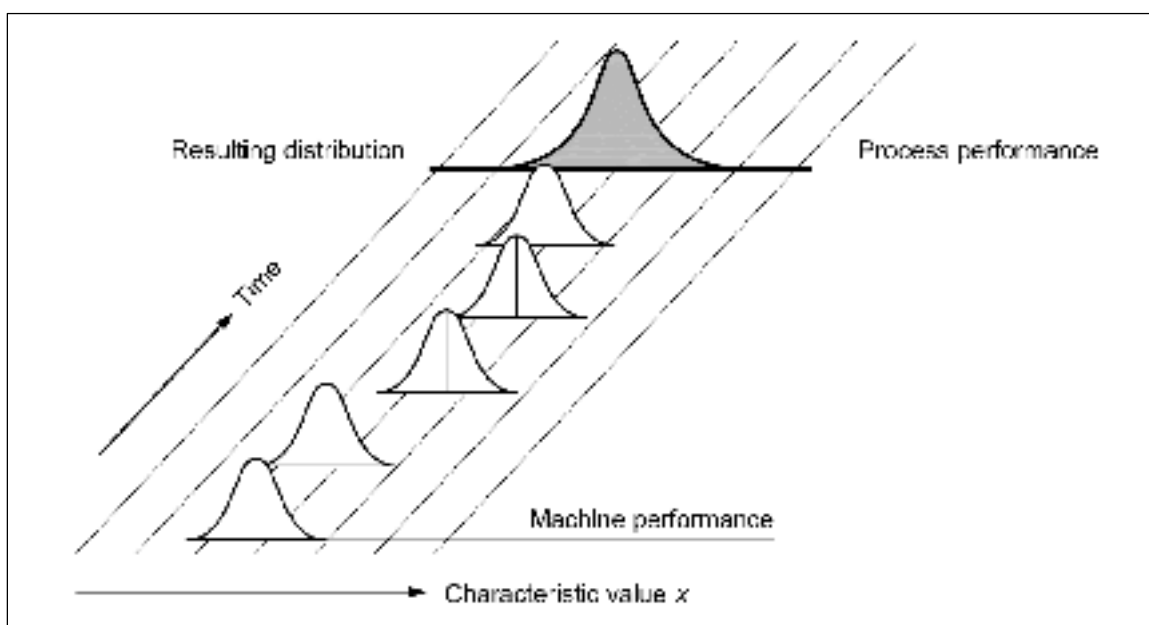


Figure 1.2 Procédé non stable
Tiré de ISO 22514 (2007)

Dans la littérature, la capabilité des procédés a été alors définie par l'aptitude d'un processus de fabrication à satisfaire les exigences des clients (Bothe, 1997). Elle a été aussi présentée par Chien-Wei, Pearn et Kotz (2009) comme étant un outil qui permet de connaître si un procédé peut répondre à un niveau prédéterminé de tolérance. Dans la même démarche, la capabilité a été aussi définie comme la quantification de la variation (ex. localisation, dispersion *etc.*), liée aux causes communes dans les états présent et futur (Stoumbos, 2002).

Les procédés qui peuvent rencontrer les exigences des clients sont par la suite considérés comme *capables* alors que ceux qui ne rencontrent pas ces exigences sont considérés comme *non capables*. Ces définitions qualitatives et théoriques permettent d'illustrer le principe,

mais, en pratique, la capabilité doit être présentée quantitativement afin de pouvoir la mesurer, l'analyser et l'utiliser comme un outil d'aide à la décision.

Quantitativement, la capabilité des procédés est encadrée par la norme ISO 22514 (2007). Selon cette norme, on peut estimer la probabilité d'avoir des non-conformités lors de la production à partir des caractéristiques du procédé. Cette probabilité est interprétée comme étant l'aptitude du procédé à rencontrer un requis dimensionnelle ou géométrique défini au préalable. Cette norme définit mathématiquement la capabilité des procédés comme étant l'estimation statistique de l'issue d'une caractéristique d'un processus, qui a été démontré pour être en état de contrôle statistique (stable), et qui décrit la capacité de ce processus à réaliser une caractéristique tout en satisfaisant les exigences de celle-ci.

La capabilité des procédés est exprimée par l'étendue au milieu de 99,73 % de la distribution de sortie de processus dans des conditions de fonctionnement statistiquement stables. Pour la notation, nous proposons le terme $R_{99,73\%}$ limité par les percentiles 0.00135 ($x_{0,0135\%}$) et 0.99865 ($x_{99,865\%}$) de la fonction de densité du procédé.

Pour une sortie dont la distribution est quasi gaussienne, cette étendue est la distance entre $\mu - 3\sigma$ et $\mu + 3\sigma$, communément appelée 6σ . Nous signalons que le terme '*capabilité*' désigne des dimensions physiques et mesurables. Si, par exemple, la spécification est une longueur en *mm*, alors la capabilité sera un scalaire exprimé en *mm* également. En effet, puisque la moyenne et la variance de l'échantillon étudié ne sont pas adimensionnelles, les statistiques descriptives de la localisation et la variance du processus peuvent être très encombrantes. Ceci est particulièrement vrai pour les procédés de fabrication ayant de nombreuses caractéristiques à examiner. Les indices de capabilités (capacités) ont été donc définis pour éliminer cet encombrement. Ces indices sont adimensionnels et permettent de décrire la localisation et la variance du procédé par rapport à des spécifications unilatérales ou bilatérales avec ou sans valeur cible. Ces spécifications sont généralement imposées par le client et les indices de capabilité permettent de déduire si le procédé a respecté ces spécifications ou non.

1.1.2 Les indices de capabilité

Les indices de capabilité sont des scalaires adimensionnels obtenus en effectuant le rapport entre l'intervalle de tolérance à respecter (le requis) et la capabilité du procédé (comportement d'un procédé). Ce scalaire est facile à interpréter et, en le comparant à des valeurs étalons bien précises, nous pouvons alors juger la capabilité du procédé à satisfaire les exigences. Plusieurs indices de capabilité ont été proposés dans la littérature.

À titre d'exemple, on peut mentionner l'indice de capabilité C_p avec comme définition:

$$C_p = \frac{LTS - LTI}{R_{99.73\%}} \quad (1.1)$$

Et dans le cas d'une distribution gaussienne, on peut l'estimer par,

$$\hat{C}_p = \frac{LTS - LTI}{6\hat{\sigma}} \quad (1.2)$$

Où LTS est la limite de tolérance supérieure exigée, LTI est la limite de tolérance inférieure exigée et $LTS - LTI$ représente l'intervalle de tolérance.

Néanmoins, cet indice ne permet pas de vérifier où se situe la distribution des données par rapport à l'intervalle de tolérance et n'alloue que la vérification de la dispersion de ces données. Pour cela, deux autres indices ont été introduits afin de vérifier à la fois la dispersion et la localisation de la tendance centrale du procédé par rapport aux limites de tolérances. Ces limites sont donc évaluées et normalisées par rapport à la moitié de la capabilité du procédé.

Les indices sont C_{pl} et C_{pu} , ils correspondent respectivement à l'aptitude du procédé à respecter les limites de tolérances inférieures et supérieures :

$$\hat{C}_{pl} = \frac{\hat{x}_{50\%} - LTI}{\hat{x}_{50\%} - \hat{x}_{0.135\%}} \quad (1.3)$$

$$\hat{C}_{pu} = \frac{LTS - \hat{x}_{50\%}}{\hat{x}_{99.865\%} - \hat{x}_{50\%}} \quad (1.4)$$

Et dans le cas d'une distribution gaussienne, on peut les estimer par,

$$\hat{C}_{pl} = \frac{\hat{\mu} - LTI}{3\hat{\sigma}} \quad (1.5)$$

$$\hat{C}_{pu} = \frac{LTS - \hat{\mu}}{3\hat{\sigma}} \quad (1.6)$$

La valeur minimale de ces deux indices nous renseigne sur la capacité du procédé à respecter chacune des tolérances imposées. On note alors :

$$\hat{C}_{pk} = \min \left(\frac{\hat{x}_{50\%} - LTI}{\hat{x}_{50\%} - \hat{x}_{0.135\%}}, \frac{LTS - \hat{x}_{50\%}}{\hat{x}_{99.865\%} - \hat{x}_{50\%}} \right) \quad (1.7)$$

Et dans le cas d'une distribution gaussienne,

$$\hat{C}_{pk} = \min \left(\frac{\hat{\mu} - LTI}{3\hat{\sigma}}, \frac{LTS - \hat{\mu}}{3\hat{\sigma}} \right) \quad (1.8)$$

Dans le cas d'un procédé unilatéral contenant seulement une limite de tolérance supérieure (tolérance géométrique), l'indice de capacité est exprimé par l'indice C_{pk} :

$$\hat{C}_{pk} = \frac{LTS - \hat{x}_{50\%}}{\hat{x}_{99.865\%} - \hat{x}_{50\%}} \quad (1.9)$$

Par contre, si le procédé unilatéral contient une limite de tolérance inférieure, l'indice de capabilité estimé \hat{C}_{pk} est donné par :

$$\hat{C}_{pk} = \frac{\hat{x}_{50\%} - LTI}{\hat{x}_{50\%} - \hat{x}_{0.135\%}} \quad (1.10)$$

D'autre part, et pour vérifier seulement la localisation du procédé par rapport à une valeur cible T nous pouvons utiliser la formule suivante de C_{pk} :

$$\hat{C}_{pk} = \frac{LTS - LTI}{\hat{x}_{99.865\%} - \hat{x}_{0.135\%}} - \frac{|\hat{x}_{50\%} - T|}{\hat{x}_{99.865\%} - \hat{x}_{0.135\%}} \quad (1.11)$$

Et dans le cas d'une distribution gaussienne,

$$\hat{C}_{pk} = \frac{LTS - LTI}{6\hat{\sigma}} - \frac{|\hat{\mu} - T|}{3\hat{\sigma}} \quad (1.12)$$

D'autre part, et si le procédé est statistiquement instable et présente des sources externes de variations, ou encore aucune preuve de stabilité n'est disponible à cause d'une taille réduite de l'échantillon, des indices calculés sont les indices de performance $P_{p,pl,pu} \dots$ peuvent être calculés de la même manière que les indices de capabilité. La seule différence réside dans l'utilisation d'autres estimateurs de variance.

Tous les indices présentés précédemment sont interprétés de la même manière pour juger la capabilité du procédé. Si cet indice est supérieur à 1, on dit que le procédé est capable (même si la valeur cible des standards industriels est comprise entre 1.33 et 1.67). Par contre, si cet indice est inférieur à 1, on conclut que le procédé n'est pas capable.

1.2 Tolérancement géométrique

Dans le domaine du tolérancement, la norme ASME Y14.5 (2009) a été développée pour normaliser la mise en place des tolérances qui vont permettre de bien gérer les variations. En les maîtrisant, l'assemblage sera assuré (critère d'assimilabilité) ainsi que les requis de performance (Krulikowski, 2012).

Le tolérancement dimensionnel définit essentiellement les tolérances linéaires, d'ajustement et les tolérances angulaires. Une tolérance linéaire limite uniquement les dimensions locales réelles (mesure entre deux points) d'un élément, mais pas ses écarts de forme comme présentée dans la Figure 1.3. L'élément sur lequel sont appliquées des tolérances linéaires peut être cylindriques ou deux surfaces planes parallèles.

Les tolérances d'ajustement s'appliquent sur des éléments géométriques primitifs (ex. des assemblages entre arbres et alésages) et peuvent être étendues aux ajustements entre éléments simples de type couple de plans. L'ajustement a été défini (Bourdet et Schneider, 2007) comme le jeu ou le serrage entre deux pièces devant s'assembler tandis que la tolérance a été présentée comme la variation dimensionnelle admissible pour l'une des pièces.

Enfin, la tolérance angulaire limite l'orientation générale entre deux lignes réelles coplanaires comme mentionnée dans la Figure 1.3

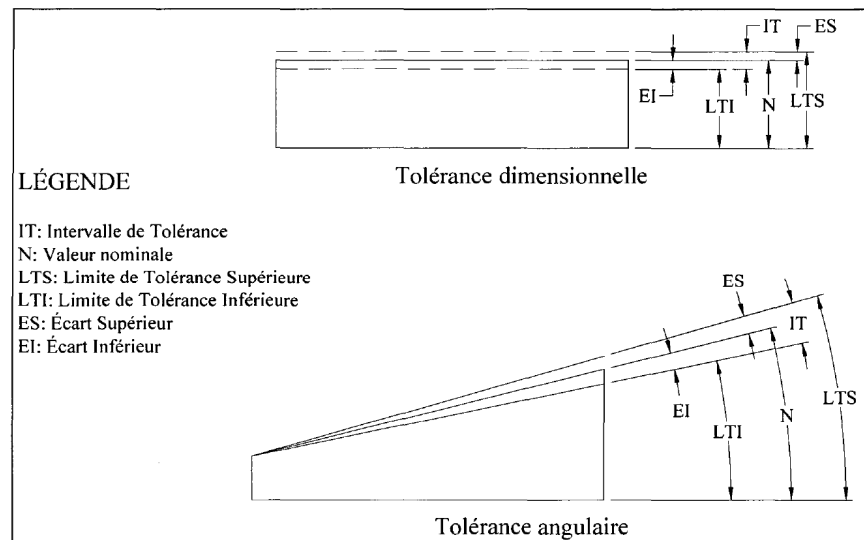


Figure 1.3 Exemple d'un tolérancement dimensionnel et angulaire, Tiré de Lévesque (2009)

D'autre part, le tolérancement géométrique permet de définir une limite à une caractéristique géométrique des variations de la surface réelle d'une pièce (ex. tolérance de profil, voir Figure 1.4) ou de la contrepartie géométrique (ex. tolérances de localisation), en imposant que celle-ci soit incluse dans une zone de tolérance.

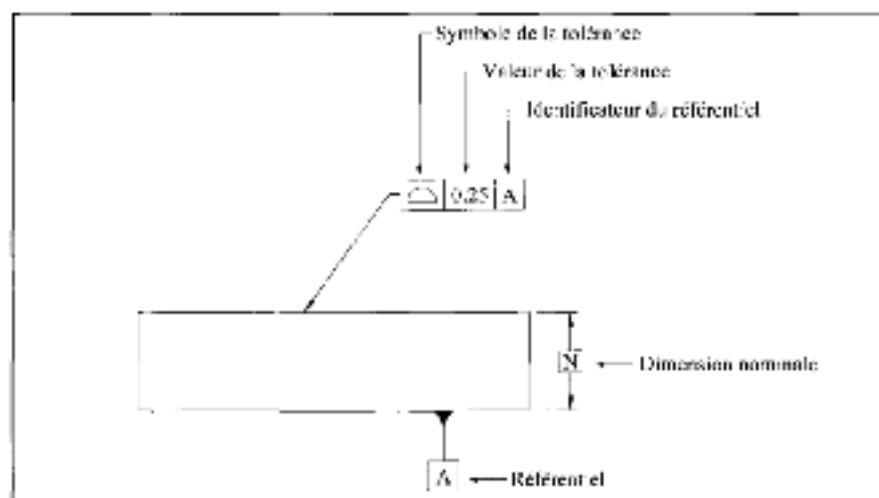


Figure 1.4 Exemple d'une tolérance géométrique de profil
 Tiré de Lévesque (2009)

La norme a classifié les tolérances géométriques en fonction de la nature des contraintes géométriques qui peuvent être imposées en orientation et en position entre les éléments de situation de la zone de tolérance et la ou les références spécifiées.

Par conséquent, on distingue quatre classes de tolérances (voir Tableau 1.1):

- Les tolérances de forme : ces tolérances ne nécessitent pas des références spécifiées et aucune contrainte d'orientation et de position n'est imposée ;
- Les tolérances d'orientation : ces tolérances imposent une contrainte d'orientation entre les éléments géométriques de situation de la zone de tolérance et ceux des références spécifiés;
- Les tolérances de position (ou de localisation) : ces tolérances imposent seulement une contrainte de position entre les éléments géométriques de situation de la zone de tolérance et ceux des références spécifiés;
- Les tolérances d'alignement ou de battement qui sont à leur tour divisé en tolérances de battement circulaires et tolérances de battement total.

Tableau 1.1 Familles des tolérances géométriques
selon ASME Y14.5 (2009),
Tiré de Lévesque (2009)

Catégorie	Tolérance	Symbole
Forme	Planéité	
	Circularité	
	Rectitude	
	Cylindricité	
Profil	Profil de ligne	
	Profil de surface	
Localisation	Position	
	Concentricité	
	Symétrie	
Orientation	Angularité	
	Parallélisme	
	Perpendicularité	
Alignement	Alignement circulaire	
	Alignement circulaire total	

Pour toutes informations supplémentaires, nous référons le lecteur à la norme ASME Y14.5 (2009).

1.3 Complexité géométrique

De nos jours, l'augmentation de la complexité des pièces à fabriquer présente un des plus grands enjeux que font face les industriels. Plusieurs efforts de recherche ont été élaborés afin de tout d'abord trouver une définition qui peut être consensuelle au terme «*complexité*» et essayer de la quantifier à travers une métrique.

En effet, la signification du mot «*complexité*» reste aujourd'hui vague et ambiguë. Il n'existe aucune définition générale, précise et acceptée en unanimité (ElMaraghy *et al.*, 2012). Ce terme peut intervenir dans n'importe quel domaine et historiquement, le terme a été introduit dans la technologie de l'information qui est considérée comme l'un des premiers domaines à prendre compte de la complexité (ElMaraghy *et al.*, 2012).

Vu sa présence dans plusieurs domaines, la définition et l'estimation de la complexité ont été abordées de différentes manières par les chercheurs. En effet, la complexité d'un produit peut intervenir à partir de l'étude socio-économique de celui-ci, sa conception, sa fabrication, son assemblage jusqu'à sa mise en marché. ElMaraghy *et al.* (2012) ont analysé la complexité au niveau organisationnel de l'entreprise à savoir les relations de celle-ci avec le milieu extérieur en ce qui concerne les chaînes d'approvisionnements et la distribution des produits.

Dans le domaine de la conception mécanique pour la fabricabilité DFM (*Design for Manufacturing*) d'un produit, plusieurs chercheurs ont proposé diverses méthodes pour la quantification de la complexité. L'idée sous-jacente est de tenter d'identifier une loi de comportement entre la complexité et l'attitude de procédé à rencontrer les exigences. On peut citer les travaux de Joshi et Ravi (2010) qui ont lié la complexité à la forme géométrique du produit, et ils ont essayé de la quantifier à travers plusieurs métriques caractérisant le rapport en volume de la pièce, son rapport en surface, *etc.* Puis, ils ont combiné ces métriques linéairement pour en tirer une métrique globale capable d'estimer la complexité d'un produit en fonction de sa forme et des outils utilisés pour le fabriquer. Ils ont conclu que, plus la métrique est élevée, plus d'outillage sera nécessaire et par conséquent l'indice de complexité sera plus important.

Korosec, Balic et Kopac (2005) ont développé une autre méthode pour quantifier la complexité d'une pièce mécanique lors de sa conception en utilisant la méthode des réseaux de neurones pour essayer de dégager les sources de complexité d'un produit et essayer de les lier pour qu'à la fin estimer le degré de complexité par rapport à deux échelles. La première allant de «très facile à usiner» jusqu'à «très difficile à usiner» et se basant essentiellement sur les chemins parcourus par les outils d'usinage et la deuxième allant de «prend peu de temps à fabriquer» jusqu'à «nécessite beaucoup de temps à fabriquer» et est fonction du temps nécessaire pour réaliser la fabrication de la pièce. Pour ce, Korosec, Balic et Kopac (2005) ont choisi de classer les sources de complexité en sources géométriques et sources non géométriques en définissant pour chaque source des paramètres la caractérisant.

Rossignac (2005) a choisi d'analyser la complexité liée aux structures de forme tridimensionnelle 3D lors de la conception assistée par ordinateur. La discussion de la complexité pour ce cas a été réalisée en présentant les différents aspects liés à la conception de la forme d'un produit pour ensuite identifier les différentes méthodes de réduction de la complexité de chaque aspect tout en respectant une tolérance minimale afin de ne pas diminuer la précision des modèles.

Le premier aspect lié à la complexité de la forme d'une structure est la complexité algébrique. Celle-ci se base essentiellement sur le choix de la méthode de conception 3D des courbures (soit surfacique en utilisant le modéleur *B-Rep* ou volumique en utilisant le modéleur CSG). Le second aspect intervenant dans l'évaluation de la complexité de la forme est la complexité topologique qui dépend essentiellement des limites et des bornes de la surface de chaque pièce. Pour la réduire, il faut essayer de diminuer les sommets du produit. La complexité morphologique constitue le 3^e aspect duquel dépend la forme d'une pièce. Celle-ci, dépend de l'état de surface de la pièce, c'est-à-dire, si elle est lisse et si elle présente une bonne régularité ou non. À travers ces deux facteurs, nous pouvons estimer la complexité morphologique d'une pièce. Cette complexité peut être réduite à travers plusieurs méthodes comme le lissage, la subdivision, l'arrondissement, le filetage, le resserrement, etc. Le quatrième aspect de la complexité de la forme d'une pièce est la complexité combinatoire. Celle-ci agit sur les bords et les frontières du produit. Pour la diminuer, la conception va perdre de sa précision puisqu'elle tend à éliminer des sommets de la pièce. Enfin, la complexité représentationnelle est le dernier paramètre influant sur la complexité de la forme d'un produit. Celle-ci peut être réduite en éliminant les redondances liées à la conception de la pièce en les combinant ou en éliminant les informations qui ne sont pas nécessaires.

D'autre part, et afin de pouvoir améliorer la capacité à prédire la fabricabilité des pièces ayant des surfaces de style (*free-form*¹), Fan *et al.* (2012) ont développé une méthode afin d'étudier et quantifier la complexité géométrique de ce type de pièces. Les surfaces étudiées

¹ Mot anglais utilisé pour décrire les surfaces ayant des formes libres.

sont des surfaces définies par le formalisme mathématique NURBS à travers une équation $p(\vec{u}, \vec{v})$ qui dépend des vecteurs des sommets du maillage de la pièce \vec{u} et \vec{v} . La quantification de la complexité a été réalisée en calculant plusieurs métriques issues de deux systèmes globaux. Le premier système consiste à étudier les distributions des différents types de courbures à savoir les courbures moyenne, maximale, minimale ainsi que la distribution de la variance de la courbure. Le deuxième système consiste à calculer les pentes moyennes, maximales des vecteurs \vec{u} et \vec{v} (Figure 1.5) ainsi la variance de ces pentes.

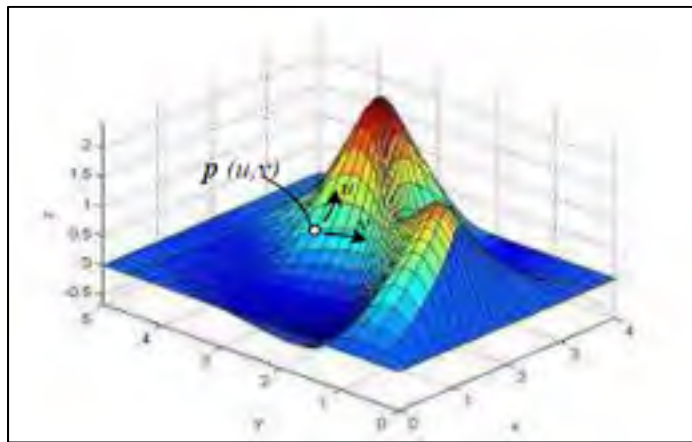


Figure 1.5 Exemple d'une surface libre (*freeform*) et les vecteurs \vec{u} et \vec{v} suivant lesquels ont été calculés les pentes, Tiré de Fan et al. (2012)

Après avoir calculé ces caractéristiques pour les surfaces étudiées, la méthode de quantification propose de former des groupes pour les surfaces ayant des caractéristiques similaires et chaque groupe permet de représenter une classe de complexité. La méthode de classification floue est utilisée pour classer les surfaces. Cette méthode permet de définir les degrés de similitude et de rapprochement entre les surfaces de style. L'évaluation de la complexité géométrique des pièces suppose que les surfaces ayant des pentes et des courbures proches sont considérées comme des pièces avec un degré de complexité similaire. L'évaluation des similitudes est faite suivant un niveau de confiance λ variant de 0 à 1.

Dans une autre étude de la complexité géométrique, Lévesque (2009) a développé une méthode basée sur les statistiques d'ordres qui reprend l'axiome suivant : il est plus facile de positionner un patron de i trous que de positionner un patron de j trous avec $i < j$. Le nombre de trous représente alors l'indice de complexité, et plus un patron possède de trous, plus il est considéré comme complexe. Les statistiques d'ordres sont utilisés ici en définissant l'indice de complexité n comme l'ordre lors du calcul des distributions des déviations des pièces à analyser à partir d'une pièce que Lévesque (2009) a pris comme référence ayant un seul trou donc un indice de complexité égal à 1 (ordre 1).

Cette démarche pour quantifier la complexité a été par la suite utilisée par Lépine (2014) afin d'estimer la capacité d'un procédé d'assemblage de composants d'un autocar en tenant compte de la complexité géométrique. Lépine (2014) a donc défini un indice de complexité qui tient compte de la géométrie des pièces et défini par le nombre d'éléments qui constituent la structure d'autocar et qui tient compte aussi du procédé représenté par la longueur du cordon de soudure total qui permet l'assemblage des pièces. Cet indice estime donc que plus la structure contient des éléments et plus la longueur de cordon de soudure est importante, plus l'indice de complexité géométrique est élevé et la pièce est considérée comme complexe. Dans cette méthode aussi, les statistiques d'ordre ont été utilisées pour avoir les distributions de densités de probabilités des différentes pièces à partir d'une pièce référence. La différence entre cette méthode et celle développée par Lévesque (2009) est que celle-ci utilise des indices de complexité entiers tandis que la méthode de Lépine (2014) permet d'utiliser des indices et des ordres réels positifs.

Dans le même contexte, Lépine (2014) a aussi développé un indice de quantification de la complexité géométrique des surfaces de style (*free-form*). Cet indice est la valeur de la courbure totale de ces pièces. En effet, cette méthode affirme que plus la courbure totale de la pièce est grande plus la pièce est complexe.

Toujours dans l'étude de la complexité des pièces mécaniques lors de la conception pour des fins de fabricabilité DFM (*Design for Manufacturing*), Kerbrat, Mognol et Hascoët (2010)

ont proposé une méthodologie pour estimer la difficulté de la fabrication des pièces issues des procédés d'enlèvement de matière (ex. usinage) et d'ajout de matière (ex. impression 3D, fabrication par couches...). Pour ces deux types de procédés, Kerbrat, Mognol et Hascoët (2010) ont étudié la complexité suivant la géométrie, les caractéristiques des matériaux ainsi que les spécifications techniques. Le Tableau 1.2 récapitule les critères suivant lesquels la complexité de fabrication a été quantifiée :

Tableau 1.2 Caractéristiques étudiées pour quantifier la complexité des pièces fabriquées
Tiré de Kerbrat, Mognol et Hascoët (2010)

Type du procédé	Procédés d'enlèvement de matière			Procédés d'ajout de matière		
Catégorie	Paramètres géométriques	Matériaux	Spécifications techniques	Paramètres géométriques	Matériaux	Spécifications techniques
Caractéristiques	Dimensions maximales et minimales	Dureté	Tolérances dimensionnelles et géométriques	Volume et poids de la pièce	Propriétés des matériaux ajoutés (grains, fibres, <i>etc.</i>)	Tolérances dimensionnelles et géométriques
	Rapport entre la longueur et la largeur de la pièce à fabriquée	Module de Young	Les exigences du fini de surface (rugosité, ondulation, état de forme)	L'aire de la surface de la pièce (dans le cas où l'ajout de la matière se fait sur un moule)		Les exigences du fini de surface
	Rayon de courbure	Conductivité thermique				
	Zones écrites sur la pièce	Ductilité				
	Orientations de la surface					
	Volume vide					

Après avoir étudié les caractéristiques qui sont susceptibles de rendre la fabrication des pièces complexes, 4 indices ont été développés pour les pièces fabriqués avec des procédés d'enlèvement de matière et 5 indices ont été développés pour les pièces fabriquées avec des procédés d'ajout de matière.

Pour les procédés d'enlèvement de matière, les indices développés sont liés aux dimensions maximales, la rigidité de l'outil de coupe, les volumes vides des pièces à fabriquer et la quantité de matière enlevée. D'autre part, pour les procédés d'ajout de la matière, les indices développés sont basés sur les dimensions maximales, le volume, la surface, le poids et la distance entre le centre de la plateforme de fabrication et les dimensions des pièces à fabriquer. La logique derrière la définition des métriques repose sur la comparaison des caractéristiques du produit avec les limites de la machine qui assure la fabrication, et ce, pour chaque critère. Une fois les indices définis, leur somme est calculée afin de se retrouver avec un seul indice qui caractérise la complexité de la pièce à fabriquer pour chaque type de procédé. Plus cet indice est grand, plus la fabricabilité de la pièce est complexe.

Cette étude nous permet de remarquer que la quantification de la complexité de fabrication des pièces mécaniques est différente entre les procédés d'ajout et d'enlèvement de matière. En effet, pour les procédés d'enlèvement de matière, ce sont la forme de la pièce et ses caractéristiques morphologiques et structurales qui interviennent le plus pour caractériser la difficulté de sa fabrication tandis que pour les procédés d'ajout de matière, le poids, le volume ainsi que la position et l'orientation de l'outil de dépose par rapport au moule sont primordiaux pour juger la complexité de la fabrication. Ceci peut s'expliquer par le fait que Kerbrat, Mognol et Hascoët (2010) considèrent que les paramètres qui caractérisent le plus la complexité sont ceux qui ne sont pas totalement maîtrisés dans chaque type de procédé.

Dans un autre contexte, plusieurs autres chercheurs se sont intéressés à la complexité de point de vue de l'assemblage des pièces² (DFA). En effet, Namouz et Summers (2013) ont

² De l'anglais : *Design For Assembly*

conclu que lorsque le temps d'assemblage des pièces augmente, la complexité de la pièce augmente aussi et ils ont développé une méthode pour estimer les temps d'assemblages d'une multitude de produits.

Toutes ces études ont essayé de quantifier et de définir la complexité d'un point de vue unique et le point commun entre toutes ces études est que les chercheurs affirment toujours que les méthodes développées ne sont pas universelles et ne peuvent pas être généralisés.

1.4 Procédés de placement des fibres

1.4.1 Rôle des matériaux composites dans l'industrie aéronautique

Vu leurs caractéristiques techniques et leurs hautes performances, les matériaux composites ont remplacé au fil du temps les matériaux métalliques dans plusieurs industries dont l'industrie aéronautique (Bathias et Wolff, 2005). Ces matériaux présentent d'excellentes propriétés mécaniques par rapport aux matériaux métalliques (leur faible densité, leur bonne rigidité ainsi que la résistance mécanique élevée des fibres de renfort. Mis à part leurs bonnes propriétés, les matériaux composites possèdent aussi une excellente résistance à la corrosion et à la fatigue grâce à la présence des fibres (résistance 3 fois plus élevée que celle des alliages en aluminium et 2 fois supérieure que celle des aciers). Cette résistance permet donc une meilleure durabilité des structures fabriquées à partir de ces matériaux. Tous ces avantages rendent une structure en matériaux composites plus légère en terme de poids que celle fabriquée avec des alliages métalliques ce qui est très intéressant pour l'industrie aéronautique.

1.4.2 Procédés de fabrication à partir des matériaux composites

Malgré leurs excellentes caractéristiques, les techniques de production des structures à partir des matériaux composites ont longtemps présenté un handicap. En effet, la mise en œuvre de ce type de matériaux est très délicate et nécessite une précision accrue. De plus, au début de

leur exploitation dans l'industrie aéronautique, les procédés de fabrication nécessitaient beaucoup de travail manuel ce qui est extrêmement coûteux en terme de temps et d'argent.

Généralement, le procédé de mise en œuvre le plus répandu est basé sur la technique de formage par moulage. Traditionnellement, ce procédé passe par trois étapes principales présentées dans la Figure 1.6 et qui sont (Marsh, 2011) :

1. Renforcer des fibres, préalablement imprégnées dans la résine thermo-durcissant, sous forme de membranes de fibres unidirectionnelles dans un moule.
2. Appliquer une certaine pression et de la chaleur pour durcir la résine dans un autoclave.
3. Réaliser un contrôle qualité en utilisant, dans la plupart des cas, la méthode d'inspection par ultrason.



Figure 1.6 Procédé de fabrication traditionnel de matériaux composites de hautes performances
Tiré de Marsh (2011)

Ce procédé, basé essentiellement sur le travail manuel, présente beaucoup d'inconvénients puisque le taux de rebut est élevé et sa reproductibilité est limitée. Ces facteurs rendent le risque de dérive sur les performances du matériau plus grand. Ces inconvénients furent constatés au fil du temps et de nouvelles méthodes ont été développées dont l'objectif principal était l'élimination du travail manuel et minimiser les rebuts.

Il y a eu alors une automatisation des procédés et de nouvelles méthodes de placement de fibres ont été mises en œuvre. Cet automatisation a permis de réduire les temps de fabrication des composants à base de composites, réduire les taux de rebut et les opérations d'inspection au cours du procédé ainsi qu'assurer une meilleure qualité du produit final (Smith et Grant, 2006). Tous ces éléments ont alors permis de réduire les coûts de production des pièces aéronautiques en composites et d'étendre l'utilisation de ce type de matériaux sur plusieurs formes, même les plus complexes.

Parmi ces méthodes on peut citer la méthode d'enroulement des fibres «*Filament Winding FW*». Celle-ci consiste à enrouler un filin continu de fibres autour d'un mandrin. Ces fibres doivent être d'abord imprégnées dans de la résine. Après l'enroulement, la pièce est placée dans un four pour le durcissement avant son extraction. Malgré ces avantages (réduction du travail manuel, bonne cadence de production), ce procédé reste limité puisqu'il ne permet que la fabrication des corps en révolution. De plus, le coût des équipements assurant cette méthode est assez élevé. Ce dernier inconvénient peut être expliqué par le fait que les bandes et les filins de fibres sont imprégnés dans de la résine duroplastique et en utilisant cette résine, les *prépregs*³ doivent impérativement être conservés au frais en amont de la tête d'application pour éviter un durcissement prématuré.

Dès lors, une nouvelle méthode a été développée pour résoudre ce problème et qui permet l'utilisation des bandes de prépregs thermoplastiques. Ce nouveau procédé est connu sous le nom du placement automatisé des bandes «*Automated Tape Layer ATL*». La Figure 1.7 présente un exemple de robot dont le procédé de fabrication appliqué est le placement des bandes automatisé.

³Mot utilisé en composites et veut dire les fibres pré-imprégnés avec de la résine



Figure 1.7 Exemple d'un robot ATL
Tiré de Lukaszewicz, Ward et Potter (2012)

Mis à part son utilisation des bandes de fibres imprégnées dans de la résine thermoplastique ce qui ne nécessite plus une conservation au frais, ce procédé est totalement automatisé et permet un placement rapide et précis des bandes de prépregs. Il permet aussi le placement de ces bandes sur des surfaces plates et des surfaces profilées. Malgré sa rapidité, ce procédé ne permet pas un placement de fibres sur des surfaces complexes (concaves ou convexes).

Plusieurs travaux ont été alors réalisés et il y a eu une combinaison entre les deux procédés cités précédemment («*Filament Winding FW*» et «*Automated Tape Layer ATL*») pour en extraire un procédé plus élaboré qui permet de placer des filins de fibres préimprégnés dans de la résine thermoplastique sur des surfaces complexes. Ce procédé s'intitule le placement de fibres automatisées («*Automated Fiber Placement AFP* »)

1.1.1. Procédé AFP

Comme mentionné précédemment, le procédé AFP est une combinaison entre les procédés FW (utilisation des filins de fibres) et ATL (la précision et la même technique de placement et de découpe des fibres) (Lukaszewicz, Ward et Potter, 2012). L'aptitude de ce procédé à placer des fibres sur des surfaces très complexes réside dans le fait qu'il est basé sur l'utilisation des filins de fibres contrôlés individuellement pour former une bande complète lors de la compaction contrairement au procédé ATL qui emploie des bandes de fibres dès le

début. En effet, le procédé AFP permet l'association de 16, 24 ou 32 filins de fibres pour en former toute une bande (Marsh, 2011). De plus, cette technique possède la capacité d'arrêter, couper puis redémarrer le placement de chaque filin. D'autre part, ce procédé permet l'ébullage (l'élimination des inclusions d'air) et la consolidation du produit *in-situ*, un contrôle précis des angles de placement des fibres et assure une très bonne répétabilité (Figure 1.8).

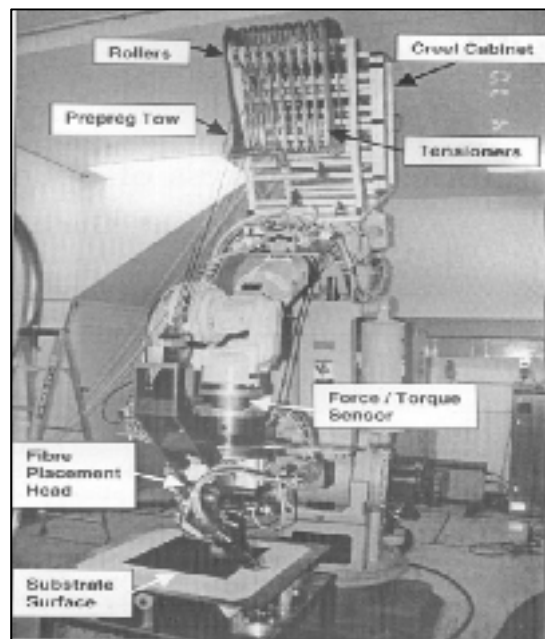


Figure 1.8 Constituants d'un robot AFP
Tiré de Aized et Shirinzadeh (2010)

Généralement, le placement de fibres sur un moule est réalisé suivant quatre directions. Ces directions sont représentées sous forme d'angle modélisant l'écart entre le vecteur de direction du robot et l'axe x ou ce qu'on appelle en industrie aéronautique l'axe de l'avion. Ces angles de laminage sont généralement 0° , 45° , -45° et 90° . La Figure 1.9 représente les différentes directions de placement des fibres

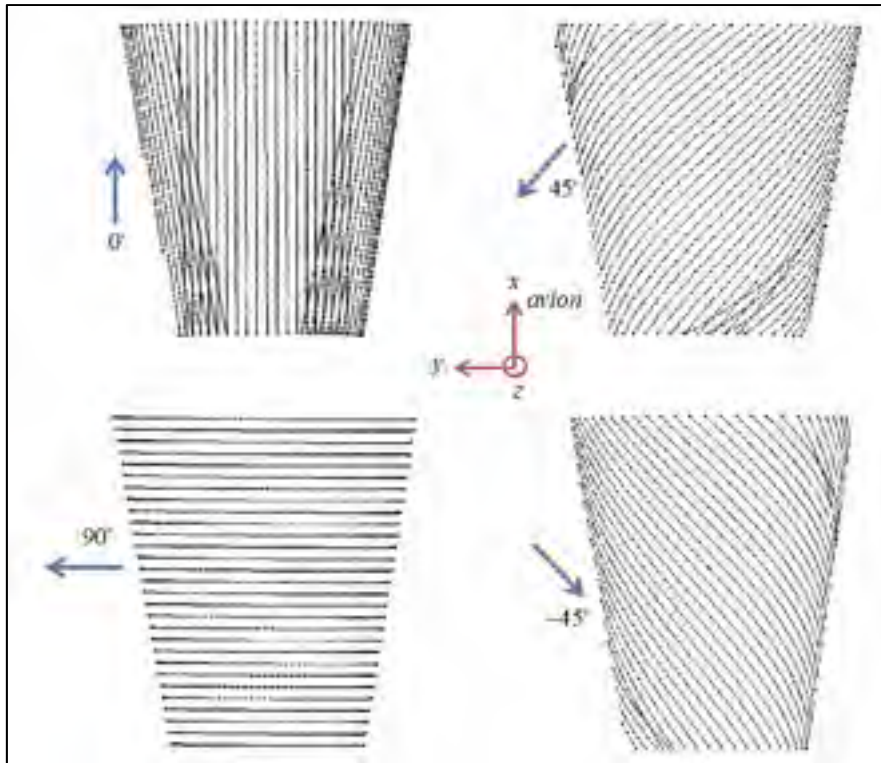


Figure 1.9 Directions de laminage des fibres du procédé AFP

Le processus de placement des fibres par le procédé AFP passe par plusieurs étapes. Une description de celui-ci est donnée ci-dessous (Aized et Shirinzadeh, 2010) (Figure 1.10):

- ✓ Les prépregs (les filins de fibres préimprgnés dans une certaine quantité de la résine thermoplastique puis partiellement durcie pour lui donner de l'adhésivité) sont stockés dans le cantre⁴ du système et se déplacent à travers des tendeurs et des rouleaux.
- ✓ Entrée indépendante des filins de fibres dans la tête du robot. Chaque filin suit une trajectoire alignée pour éviter tout enchevêtrement.
- ✓ Refroidissement des filins de fibres à travers un vortex pour réduire leur adhésivité, et ce, pour qu'elles ne se collent pas sur la goulotte de guidage durant le procédé de placement.

⁴ De l'anglais : Creel

- ✓ Guidage des fibres par des rouleaux puis l'application de la chaleur et de la force de compaction sur la surface où les fibres seront placées. La chaleur est appliquée afin d'améliorer l'adhésivité des filins de fibres entre-elles sur la surface du moule tandis que le rouleau de compaction applique une force directe pour éliminer les inclusions d'air entre les filins de fibres et la surface.
- ✓ Ce procédé est répété pour chaque couche de fibres à placer jusqu'à ce que l'épaisseur désirée du produit soit atteinte.
- ✓ Durcissement final de toute la pièce dans un autoclave où seront appliquées de la chaleur et de la pression afin de perfectionner le produit.

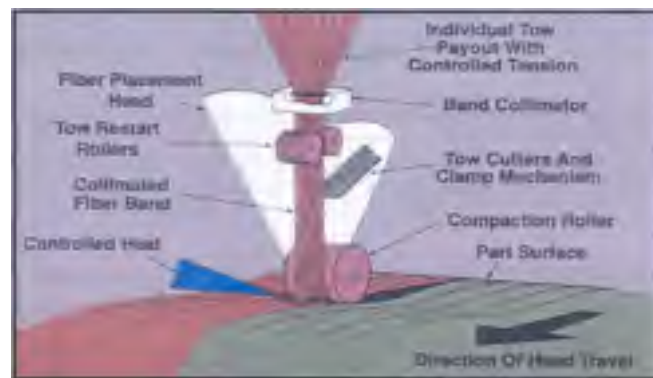


Figure 1.10 Constituants de la tête de placement des fibres du robot AFP
Tiré de Aized et Shirinzadeh (2010)

Nous notons que la mesure de la force de compaction durant le procédé de fabrication est assurée par un capteur force/torsion installé entre la tête de traitement des fibres et l'actionneur final du robot. Celui-ci doit être orienté, durant le procédé, de façon à ce que la pression appliquée par le rouleau de compaction soit normale à la surface du moule.

Les robots AFP permettent de placer des fibres sur des surfaces fermées et ouvertes. La commande de ces robots se fait essentiellement à travers deux grandes étapes. La première est une étape hors ligne et consiste à planifier les différentes étapes du procédé, définir les chemins que va parcourir le robot et simuler son comportement durant la fabrication pour vérifier le procédé et anticiper les erreurs qui peuvent apparaître. Ensuite, le fichier élaboré

est téléchargé au robot qui va appliquer et suivre les chemins définis lors de la conception. Cette étape est appelée généralement l'étape en ligne.

1.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une revue succincte de l'état de l'art des domaines et des concepts intervenant dans notre projet. Tout d'abord, nous avons présenté théoriquement la capabilité des procédés. Ensuite, le tolérancement géométrique a été introduit à travers ces théories de base et la norme ASME Y14.5 (2009) qui l'encadre. La troisième partie de ce chapitre a été consacrée à la présentation du concept de la complexité géométrique et les méthodes développées pour sa quantification. Enfin, Nous avons conclu cette revue littéraire par une présentation du procédé AFP en décrivant son déroulement, ses spécifications ainsi que ces avantages par rapport aux autres procédés de placement de fibres. Un des avantages majeur de ce procédé se modélise par sa grande précision. Néanmoins, et malgré la simulation faite lors de la programmation hors ligne et l'anticipation des erreurs qui peuvent survenir lors du fonctionnement du robot, des erreurs de placement peuvent être présentes lors du placement des fibres. Ces déviations font l'objet de notre travail et vont être étudiées de point de vue géométrique.

CHAPITRE 2

MÉTHODOLOGIE EXPÉRIMENTALE

Comme cité auparavant, le plus grand avantage du procédé AFP est sa capacité à assurer la fabrication de pièces ayant des formes complexes et qui ne sont pas fabricables avec les autres procédés de placement de fibres en composites. Dans ce mémoire, nous étudions la complexité géométrique des pièces mécaniques fabriquées avec ce procédé. Pour réaliser cette étude, nous présentons les outils et les méthodes qui nous ont permis de développer notre indice.

Plusieurs éléments interviennent lors du placement des fibres suivant le procédé AFP. Ces éléments peuvent être responsables de l'apparition des défauts et des déviations. La Figure 2.1 modélise un diagramme cause à effet (ISHIKAWA) regroupant les facteurs principaux intervenant dans le processus de fabrication des pièces et susceptibles d'influer sur la qualité du produit et causer des déviations lors du placement des fibres.

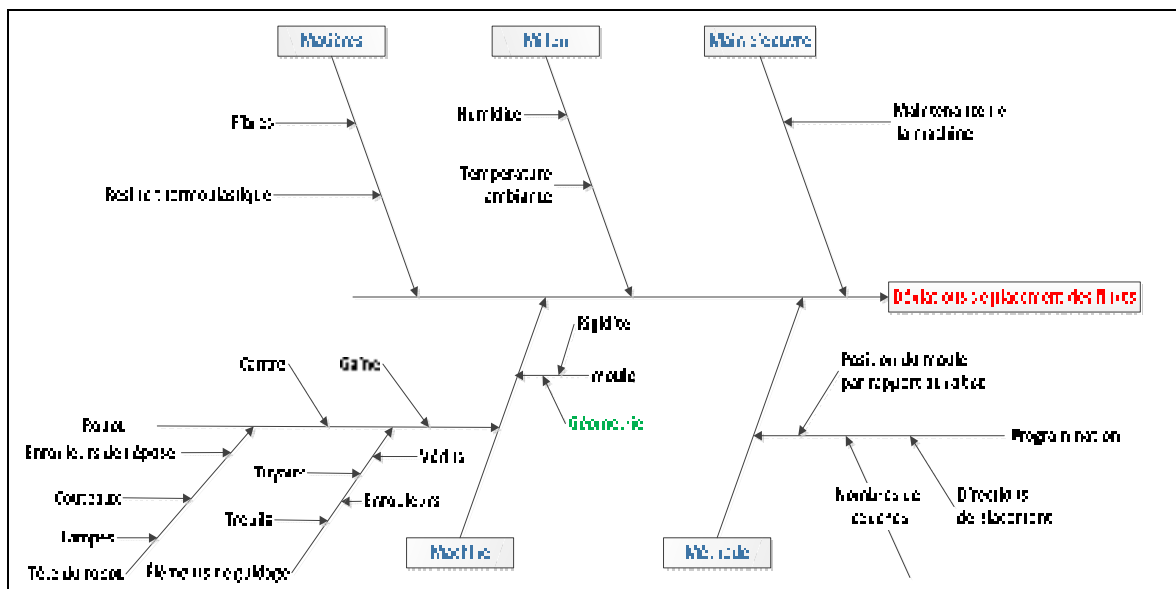


Figure 2.1 Diagramme ISHIKAWA modélisant les éléments intervenant dans le processus de fabrication AFP

Parmi les défauts les plus présents lors du placement des fibres, on peut citer les espacements et les chevauchements entre les fibres (Arian Nik *et al.*, 2014) ainsi que les erreurs de profil qui apparaissent lors du placement de celles-ci. Ces déviations peuvent avoir de mauvaises répercussions sur la rigidité et les caractéristiques structurales des pièces fabriquées

Les erreurs de profil qui apparaissent lors du placement des fibres sont la conséquence de plusieurs facteurs. Chen *et al.* (2015) ont classé ces facteurs suivant trois groupes : l'état et la sollicitation des constituants du robot (la position de la tête lors du laminage, le mouvement de la gaine, *etc.*), les caractéristiques du moule sur lequel seront placés les fibres (rigidité, géométrie, *etc.*) ainsi que les paramètres liés au procédé (interactions entre le moule et le robot, la programmation, les opérateurs, l'environnement, *etc.*).

Pour ce projet, la caractérisation de la complexité va être étudiée à travers un indice qui ne va refléter que le degré de complexité de point de vue géométrique. En effet, l'objectif est de vérifier l'hypothèse H_1 qui stipule que **la complexité géométrique de la pièce à fabriquer est le facteur le plus influent dans l'augmentation de l'erreur de profil lors du placement des fibres.**

Afin de vérifier la validité de cette hypothèse, nous développons une « boîte à outils » avec *MATLAB*[®]. Cette boîte à outils nous permettra d'effectuer des analyses géométriques d'une pièce mécanique. En effet, nous calculons les courbures moyenne, gaussienne, minimale, maximale ainsi que les directions principales localement au niveau des sommets du maillage constituant la pièce. De plus, en ayant une simulation du parcours du robot lors du placement de fibres suivant quatre directions ($0^\circ, 45^\circ, -45^\circ$ et 90°) sur des pièces à étudier, nous pouvons calculer la distance géodésique et présenter le plus court chemin qui lie le point de départ et le point d'arrivée de chaque fibre.

Cette analyse géométrique va nous permettre de développer des indices de complexité candidats. Ceux-ci seront calculés, dans un premier temps, localement sur tous les sommets

des maillages des pièces. En effet, nous supposons que plus la valeur de la métrique locale est grande, plus la zone sur la pièce est complexe à laminier.

Ensuite, lors de notre étude de cas sur le procédé AFP, et dans le but d'identifier la métrique qui caractérise le mieux la complexité géométrique des pièces, nous utilisons quatre (4) plis laminés avec le procédé AFP suivant les quatre directions ($0^\circ, 45^\circ, -45^\circ$ et 90°). Pour cela, nous aurons le parcours du robot réel pour chaque pli ainsi que les coordonnées des points inspectés et leurs erreurs de profil. Ces données proviennent de la fabrication d'une pièce réelle chez notre partenaire industriel. Cette pièce sera aussi considérée comme notre pièce référence.

Pour calculer la corrélation entre nos métriques candidates et les valeurs des déviations, nous rassemblons les métriques locales candidates déjà établies, et ce, suivant le chemin qu'a emprunté le robot à partir d'un point de départ (point de réacheminement) pour atteindre le point d'arrivée (point de coupe) ou ont été réalisées les inspections sur les plis réels. Ce rassemblement de métriques locales candidates prendra la forme d'une somme et nous permettra de déduire une métrique globale candidate qui caractérise le parcours du robot pour placer une fibre et qui tient compte de la longueur et la géométrie de la surface parcourue. Chaque métrique candidate globale qui caractérise un parcours du robot prendra donc la forme suivante :

$$G_{\text{candidat}} = \sum_{i=1}^p G_{\text{candidat_local}_i} \quad (2.1)$$

Où :

- ✓ p : le nombre total de points parcourus par le robot pour aller d'un point de départ A à un point d'arrivée B .
- ✓ $G_{\text{candidat_local}_i}$: métrique locale candidate calculée au niveau du $i^{\text{ème}}$ point.

Après avoir calculé les métriques globales candidates au niveau des points où a été réalisée l'inspection, nous comparons la distribution de chaque indice candidat avec la distribution des erreurs de profil correspondants enregistrées au niveau des mêmes points inspectés sur les plis fabriqués.

La distribution de la métrique candidate ayant le plus grand coefficient de corrélation linéaire *Pearson* (Armatte, 2001) avec la distribution des erreurs de profil enregistrées sur les points inspectés constituera l'indice final qui caractérisera la complexité géométrique des pièces. Les corrélations seront calculées suivant les quatre directions de laminage ($0^\circ, 45^\circ, -45^\circ$ et 90°) et la métrique finale doit être corrélée avec les données d'inspection de ces directions afin de valider notre hypothèse H_1 .

Après avoir défini l'indice final de la complexité géométrique qu'on notera G_{final} , celui-ci sera calculé pour d'autres pièces conçues et nous sommes en mesure d'établir une échelle qui nous permet de classer l'ensemble de nos pièces (six pièces conçues et la pièce référence) suivant une échelle en fonction de leur complexité géométrique tel qu'une pièce complète est un ensemble de quatre plis superposés et laminés suivant les quatre directions.

Comme dernière étape de mise en place de l'indice de complexité, celui-ci sera normalisé par rapport à l'indice de complexité de la pièce référence qu'on note $G_{final_{ref}}$ et nous sommes en mesure d'avoir un indice de complexité géométrique adimensionnel qui caractérise chaque pièce. Cet indice est noté n et il est égal à :

$$n = \frac{G_{final_i}}{G_{final_{ref}}} \quad (2.2)$$

Une fois cet objectif atteint, nous utilisons la proposition de Lépine (2014) qui, en partant des travaux de Lévesque (2009) qui a développé un indice de complexité entier positif ($n_i \in \mathbb{N}^+$) qui modélise le nombre de trous dans un patron, a généralisé cette approche pour qu'elle soit

en mesure d'être appliquée sur des éléments de type profil de surface ayant un indice de complexité réel positif ($n \in \mathfrak{R}^+$).

Pour cela, nous utilisons les statistiques d'ordre afin de lier la complexité géométrique à la capabilité du procédé. Une fois ce lien établi, nous validons ce modèle à travers un exemple simple. Cet exemple consiste à supposer que la complexité géométrique des pièces est proportionnelle au nombre de sections sur chacun des plis qui les constituent. Ensuite, nous utilisons ce modèle pour l'appliquer sur notre procédé de placement de fibres en utilisant la métrique finale développée auparavant et qui caractérise la complexité géométrique des pièces fabriquées par le procédé AFP.

Nous introduisons donc les caractéristiques statistiques (moyenne et écart type) des déviations de la pièce référence (ayant un indice de complexité géométrique normalisé $n_{ref} = 1$). Ensuite, et pour une autre pièce ayant un indice de complexité n , nous sommes en mesure d'utiliser le modèle développé afin de prévoir, pour une capabilité donnée du procédé, quelle tolérance de profil (sans degrés de liberté) il faut imposer à la nouvelle géométrie. Ce modèle nous permettra aussi de prévoir si le procédé est capable de fabriquer une pièce ayant un indice de complexité n_i et une tolérance de profil déjà imposée.

La Figure 2.2 illustre schématiquement les étapes principales pour la réalisation du projet.

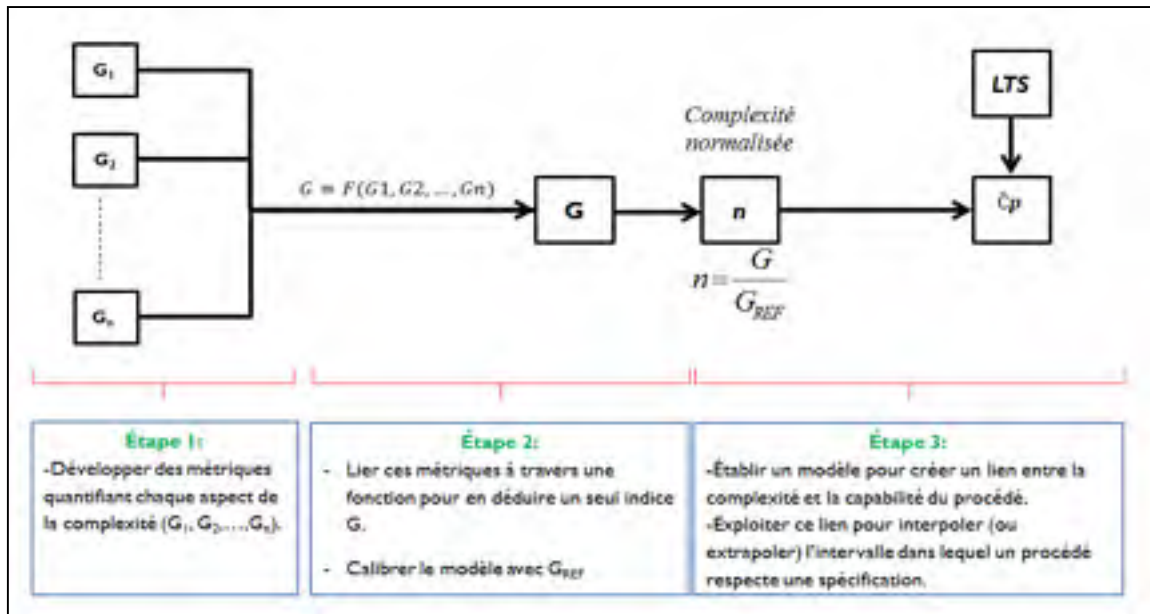


Figure 2.2 Étapes de réalisation du projet

Notons que le plus gros défi du projet est de développer l'indice de complexité géométrique qui caractérise le mieux nos pièces fabriquées avec le procédé AFP tout en tenant compte du parcours du robot sur la géométrie à laminier. Notre approche est exploratoire puisqu'un de nos objectifs principaux est de valider, ou non, l'hypothèse H_1 présentée au début de ce chapitre.

CHAPITRE 3

DÉVELOPPEMENT DES INDICES CANDIDATS

Afin de pouvoir quantifier la complexité du point de vue géométrique des pièces à analyser, une analyse approfondie sur cet aspect a été réalisée. Ce chapitre introduit les méthodes de calcul des différentes caractéristiques géométriques (courbure, chemin géodésique...) et présente les analyses réalisées sur les pièces mécaniques. À partir de là, plusieurs indices de complexité géométrique candidats ont été définis. À la fin de ce chapitre, nous récapitulerons les métriques présentées à travers une figure représentative et nous concluons par une introduction au processus d'identification de l'indice final.

3.1 Introduction au calcul des courbures et du chemin géodésique entre deux sommes

Avant de décrire l'algorithme utilisé pour mettre en place la boîte à outil permettant l'analyse géométrique des pièces mécaniques, nous présentons dans cette section une introduction théorique aux différentes caractéristiques analysées qui nous ont permis de développer nos indices de complexité géométrique candidats.

3.1.1 Calcul de courbure

Afin de pouvoir analyser la variation de la courbure d'une pièce mécanique, il faut utiliser la géométrie différentielle. En effet, en mathématiques, la géométrie différentielle est l'application des méthodes d'analyse à la géométrie, en particulier à l'étude des courbes et des surfaces (Maekawa et Patrikalakis, 1994).

La géométrie différentielle porte sur les relations entre les propriétés locales et globales des courbes et des surfaces.

Une surface paramétrée peut généralement être définie comme un mappage⁵ (projection) des valeurs vectorielles de l'espace dimensionnel paramétrique 2D (u, v) vers un ensemble de coordonnées tridimensionnelles 3D (x, y, z) .

$$r(u, v) = [x(u, v) \ y(u, v) \ z(u, v)] \quad (3.1)$$

La forme d'une surface est entièrement caractérisée par deux formes fondamentales qui sont des structures géométriques importantes. La première forme fondamentale I permet de calculer les propriétés métriques des surfaces telles que les longueurs, les aires, et les angles entre deux courbes sur la surface. Cette première forme est définie comme le produit scalaire du déplacement infinitésimal dr avec lui-même.

$$I = dr \cdot dr = (r_u du + r_v dv) \cdot (r_u du + r_v dv) \quad (3.2)$$

$$I = E du^2 + 2F du dv + G dv^2 = dq[\Gamma] dq^T \quad (3.3)$$

Où les indices r_u et r_v représentent les dérivées partielles par rapport à u et v tel que :

$$E = r_u \cdot r_u \quad F = r_u \cdot r_v \quad G = r_v \cdot r_v \quad (3.4)$$

$$dq = [du \ dv] \quad (3.5)$$

$$[\Gamma] = \begin{pmatrix} E & F \\ F & G \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

D'autre part, la deuxième forme fondamentale notée II nous permet d'analyser la courbure de la surface à un point donné et est définie comme le produit scalaire du déplacement infinitésimal dr et la variation infinitésimale dN du vecteur unitaire normal à la surface en ce point N .

⁵ De l'anglais *mapping*

$$\Pi = -dr \cdot dN = -(r_u du + r_v dv) \cdot (N_u du + N_v dv) \quad (3.7)$$

$$\Pi = -L du^2 + 2M du dv + N dv^2 = dq[\Delta]dq^T \quad (3.8)$$

Où:

$$\mathbf{N} = \frac{\mathbf{r}_u \times \mathbf{r}_v}{|\mathbf{r}_u \times \mathbf{r}_v|} \quad (3.9)$$

$$L = \mathbf{N} \cdot \mathbf{r}_{uu}, \quad M = \mathbf{N} \cdot \mathbf{r}_{uv}, \quad N = \mathbf{N} \cdot \mathbf{r}_{vv} \quad (3.10)$$

$$[\Delta] = \begin{pmatrix} L & M \\ M & N \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

Où les indices r_{uu} et r_{vv} sont les dérivées partielles secondes par rapport à u et v et r_{uv} est la dérivée partielle de r_u par rapport à v .

Afin de quantifier les courbures d'une surface S , nous considérons un arc C sur S qui passe par le point P comme le montre la figure 3.1.

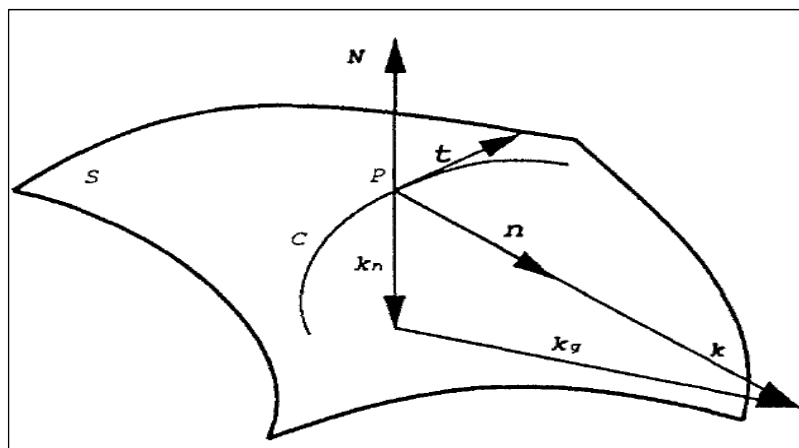


Figure 3.1 Définition des vecteurs permettant le calcul des courbures
Tiré de Maekawa et Patrikalakis (1994)

Si on note \mathbf{k} le vecteur de courbure de l'arc C sur la surface S au point P , on peut décomposer \mathbf{k} en deux composantes: une normale et une tangentielle qu'on note \mathbf{k}_n et \mathbf{k}_g tel que :

$$\mathbf{k} = \mathbf{k}_g + \mathbf{k}_n = \frac{d\mathbf{t}}{ds} = k\mathbf{n} \quad (3.12)$$

Où \mathbf{t} et \mathbf{n} sont respectivement les vecteurs unitaires tangent et normal de C , s est la longueur de l'arc C tandis que k est l'amplitude (valeur algébrique de la courbure) du vecteur de courbure \mathbf{k} . Celui-ci est donc modélisé comme étant le résultat de l'addition du vecteur de courbure normale \mathbf{k}_n et le vecteur de courbure géodésique \mathbf{k}_g . Le vecteur de courbure normal peut être exprimé en termes de surface unitaire normale \mathbf{N} de la façon suivante:

$$\mathbf{k}_n = \kappa\mathbf{N} \quad (3.13)$$

Où κ est la valeur de la courbure normale et peut être obtenue en différentiant l'équation $\mathbf{N} \cdot \mathbf{t} = 0$ le long de l'arc C par rapport à la longueur de l'arc s .

$$\kappa = -\frac{d\mathbf{t}}{ds} \cdot \mathbf{N} = \mathbf{t} \cdot \frac{d\mathbf{N}}{ds} = \frac{dr}{ds} \cdot \frac{d\mathbf{N}}{ds} \quad (3.14)$$

$$\kappa = -\frac{\text{II}}{\text{I}} = -\frac{L\dot{u}^2 + 2M\dot{u}\dot{v} + N\dot{v}^2}{E\dot{u}^2 + 2F\dot{u}\dot{v} + G\dot{v}^2} \quad (3.15)$$

Où le point au-dessus de u et v dénote la dérivée par rapport à t , qui est un paramètre de la courbe C . Par suite $(\dot{u}(t), \dot{v}(t))$ indique la direction de l'arc dans l'espace de paramétré.

À chaque point (u, v) , κ varie avec chaque direction (\dot{u}, \dot{v}) . Les valeurs maximale et minimale de chaque courbure normale sont définies comme les valeurs des courbures principales et peuvent être obtenues en calculant les extrémums de l'équation (1.27).

Les courbures principales sont les limites supérieure et inférieure de la courbure normale à un point donné et leurs directions correspondantes (\dot{u}, \dot{v}) sont appelées directions de courbure principales et sont généralement orthogonales sauf si les points sont ombilicaux. Les courbures principales sont notées κ_{min} et κ_{max} . Elles sont données par les expressions suivantes :

$$\kappa_{max} = H + \sqrt{H^2 - K} \quad (3.16)$$

$$\kappa_{min} = H - \sqrt{H^2 - K} \quad (3.17)$$

Où K est la courbure gaussienne et H est la courbure moyenne. Toutes les deux définies par :

$$K = \frac{LN - M^2}{EG - F^2} \quad (3.18)$$

$$H = \frac{2FM - EN - GL}{2(EG - F^2)} \quad (3.19)$$

Et d'après les équations (2.16) et (2.17), les courbures moyenne et gaussienne peuvent être déduite en fonction de κ_{min} et κ_{max} tel que (Casey, 1996) :

$$K = \kappa_{max} \cdot \kappa_{min} \quad (3.20)$$

$$H = \frac{\kappa_{max} + \kappa_{min}}{2} \quad (3.21)$$

Dans le cas où κ_{min} et κ_{max} ont le même signe, la courbure gaussienne est positive, et le point est appelé un point elliptique de la surface. Tout point sur un ellipsoïde est un point elliptique. Si l'une des κ_{min} ou κ_{max} est nulle, la courbure gaussienne est nulle et le point est appelé parabolique. Enfin, si κ_{min} et κ_{max} ont des signes différents, la courbure gaussienne est négative et le point est appelé point hyperbolique de la surface.

Lorsque κ_{min} et κ_{max} sont égales, le point se rapproche d'une sphère et est appelée point ombilic de la surface. Dans le cas particulier où les courbures principales égales s'annulent, la surface devient localement plane et les courbures gaussienne et moyenne s'annulent aussi. Il faut noter aussi que les sphères et les plans sont les seules surfaces dont tous les points sont des points ombilics.

3.1.2 Calcul du chemin géodésique

Les courbes ou chemins géodésiques sont très utiles dans différents domaines de la science et de l'ingénierie (Martínez, Velho et Carvalho, 2005). En effet, le calcul géodésique est employé dans la planification du mouvement des robots ainsi que dans la paramétrisation, le remaillage et la propagation de fronts sur les surfaces, *etc.*

Dans notre cas, nous calculons la distance et le chemin géodésique entre le point de départ et le point d'arrivée du robot de placement des fibres afin de le comparer au parcours réel et conclure sur la complexité locale de la zone parcourue.

Pour réaliser cet objectif, nous nous sommes basés sur l'algorithme de « *Fast Marching* » développé par Sethian (1999c). Le choix a été porté sur cet algorithme puisqu'il convient à nos besoins. En effet, l'algorithme de « *Fast Marching* » permet de calculer les lignes géodésiques avec des conditions aux limites (points de départ et d'arrivée) pour un maillage triangulaire. De plus cette méthode est considérée dans la littérature comme rapide et efficace (d'ordre $O(n \log(n))$ ou n est le nombre de points) (Peyré et Cohen, 2006) comparée à d'autres méthodes comme l'algorithme du plus court chemin développé par Chen et Han (1990). D'autre part, elle est optimale (Kimmel et Sethian, 1998) et permet d'avoir le «vrai» chemin le plus court entre deux points d'une surface si on la compare à la méthode de *Dijkstra* introduite par Dijkstra (1971). Cette méthode est essentiellement utilisée pour calculer le chemin le plus court entre deux points situés sur une grille orthogonale.

3.1.2.1 Principe général de l'algorithme « *Fast Marching* »

L'algorithme de « *Fast Marching* », tel que présenté plus tôt, permettait de résoudre l'équation *Eikonale*. Cette équation est non linéaire et elle est présentée ci-dessous :

$$\|\nabla U(x)\| = P(x) \quad (3.22)$$

Où, U représente la fonction de distance pondérée à un ensemble de points du plan, et $F = \frac{1}{P(x)} \geq 0$ modélise la vitesse de propagation du front (Peyré et Cohen, 2004). En effet, l'idée générale de la méthode consiste à avancer un front systématiquement afin de produire la solution de U . Cette méthode a été ensuite généralisée par Kimmel et Sethian (1998) pour être appliquée sur les maillages triangulaires arbitraires. La condition pour avoir une propagation monotone est que les angles des triangles composant les triangles des maillages doivent être des angles aigus. Dans le cas où ces angles sont obtus, le schéma numérique n'est plus monotone, ce qui peut provoquer des instabilités.

Après avoir calculé la fonction de U qui représente la distance géodésique à un point d'arrivée donnée, il est possible d'extraire les chemins géodésiques joignant un ou plusieurs points de départ à ce point d'arrivée. Pour identifier ce chemin, il faut parvenir à trouver la courbe paramétrée $C(t)$ qui vérifie l'équation de rétro-propagation tel que :

$$\frac{dC}{dt} = -\overline{\nabla U} \quad (3.23)$$

Tel que v_0 est le point de départ et $C(0) = v_0$ (Peyré et Cohen, 2004). Ci-dessous, la figure 3.2 illustre un exemple de la propagation du front ainsi que le chemin géodésique entre deux points.

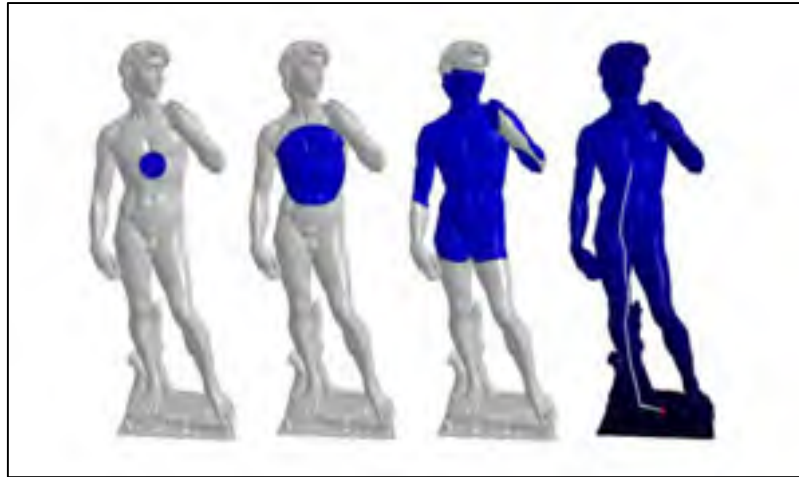


Figure 3.2 Propagation de front et chemin géodésique
Tiré de Peyré et Cohen (2004)

Dans notre cas la vitesse $F = \frac{1}{P(x)}$ sera unitaire et nous essayerons juste de chercher la plus courte distance entre les points de départ et d'arrivée du robot pour en déduire ensuite le chemin le plus court qui relie ces deux (2) points.

3.2 Indices de complexité candidats

L'analyse de la géométrie des pièces nous a permis de développer des indices candidats qui caractérisent la complexité géométriques des pièces. Ces métriques ont été développées en combinant plusieurs caractéristiques géométriques tout en tenant compte de la direction de laminage du robot.

3.2.1 Analyse géométrique des pièces

Dans notre démarche de caractériser la complexité géométrique des pièces fabriquées avec le procédé AFP, nous avons eu la possibilité d'avoir une pièce réelle fabriquée chez notre partenaire industriel ainsi que les plis placés sur cette pièce et leurs données d'inspection. Cette pièce représente notre pièce référence dont son indice de complexité normalisé doit être égal à 1. La géométrie de cette pièce est représentée dans la figure 3.3

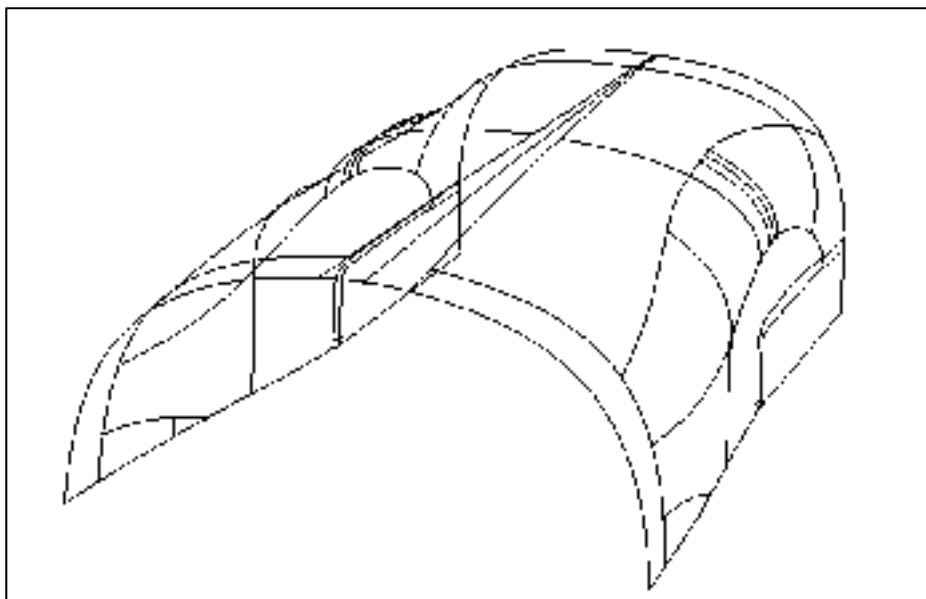


Figure 3.3 Pièce référence

D'autre part, six (6) autres pièces (Figure 3.4) ont été conçues avec le logiciel *CATIA V5*[®]. La conception de ces pièces a été réalisée tout en tenant compte de leur faisabilité par le procédé AFP afin de pouvoir dans le futur continuer nos analyses à travers des simulations de placement des fibres.

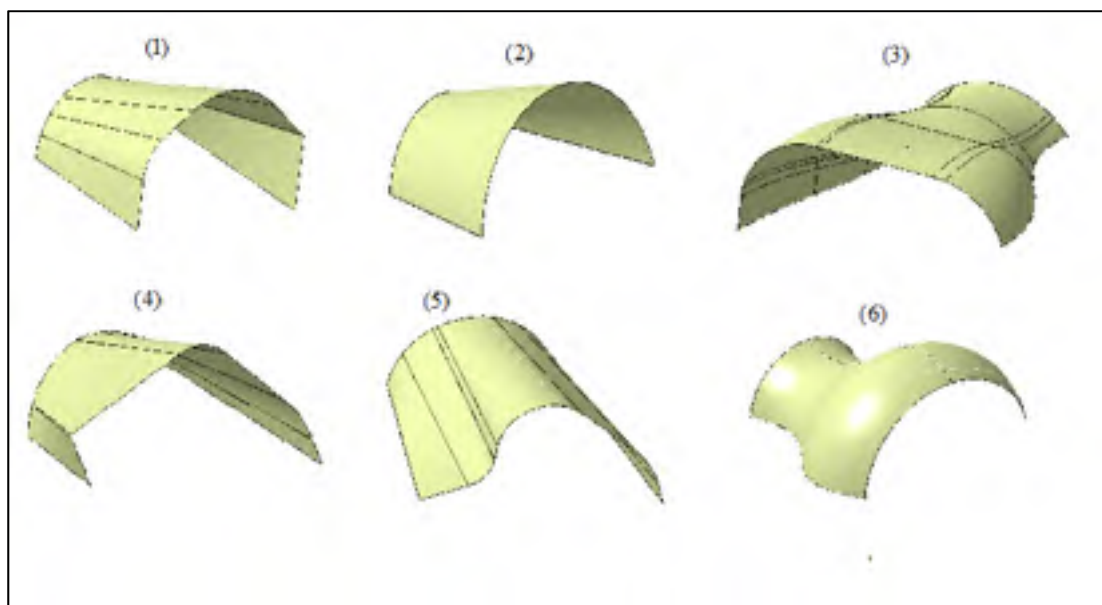


Figure 3.4 Pièces modélisées

Comme étape suivante, un maillage a été créé avec une taille égale à 20 *mm* pour toutes les pièces (la pièce référence incluse). Puis, les coordonnées des composants de ce maillage (sommets, faces) ont été exportées vers un fichier *EXCEL*[®] qui a été à son tour importé dans le logiciel de calcul *MATLAB*[®]. Nous avons développé un programme qui nous permet d'analyser les différents types de courbures (moyenne, gaussienne, maximale et minimale). Nous avons pu aussi calculer les vecteurs des directions principales de la courbure (minimale et maximale) sur la surface de chaque pièce. Ce programme a été inspiré d'une boîte à outils développée sous *MATLAB*[®] (Kroon, 2014) et qui permet le calcul de ces courbures locales aux sommets des maillages des pièces en utilisant la géométrie différentielle que nous avons introduite dans la section précédente.

Un autre programme a été aussi développé afin de calculer la distance géodésique entre les points de départ et les points d'arrivée de dépose des fibres ainsi que les chemins géodésiques. Ce programme a été mis en place en s'inspirant d'une boîte à outils développée sous *Matlab*[®] (Peyre, 2009) et qui est basée sur la méthode *Fast Marching* (Sethian, 1999a). Ces distances et chemins seront comparés au parcours du robot afin de calculer les écarts entre eux.

Ces programmes nous ont permis d'effectuer une analyse géométrique complète de chaque pièce. À partir de là, nous étions en mesure de développer les métriques caractérisant la complexité géométrique des pièces en combinant les caractéristiques analysées (courbures, chemins géodésiques, directions principales, distance parcourue et parcours du robot). Au départ, ces métriques ont été calculées localement sur tous les points des maillages (pour les métriques liées à la courbure) ainsi que pour chaque parcours du robot sur la pièce (métriques liées à la distance géodésique). Ensuite, ces métriques locales ont été rassemblées afin d'avoir un seul indice qui caractérise chaque point inspecté et qui tient compte des zones que le robot a parcourues avant d'arriver à ce point (point d'arrivée-inspecté). Dans la section suivante, nous présentons les différentes métriques locales candidates proposées.

3.2.1.1 Métriques liées à la courbure des pièces

À partir des résultats obtenus du programme d'analyse de la courbure, nous avons pu modéliser la distribution des différentes courbures ainsi que les directions principales sur les pièces. On note donc : $C_{moy}(po^{-1})$ pour la courbure moyenne, $C_{gauss}(po^{-1})$ pour la courbure gaussienne, $C_{min}(po^{-1})$ et $\overrightarrow{Dir_{min}}$ pour la courbure et la direction minimales ainsi que $C_{max}(po^{-1})$ et $\overrightarrow{Dir_{max}}$ pour la courbure et la direction maximales

La Figure 3.5 présente les distributions des courbures moyenne, gaussienne, minimale et maximale tandis que les Figures 3.6 et 3.7 présentent respectivement les directions minimales et maximales pour une des pièces analysées.

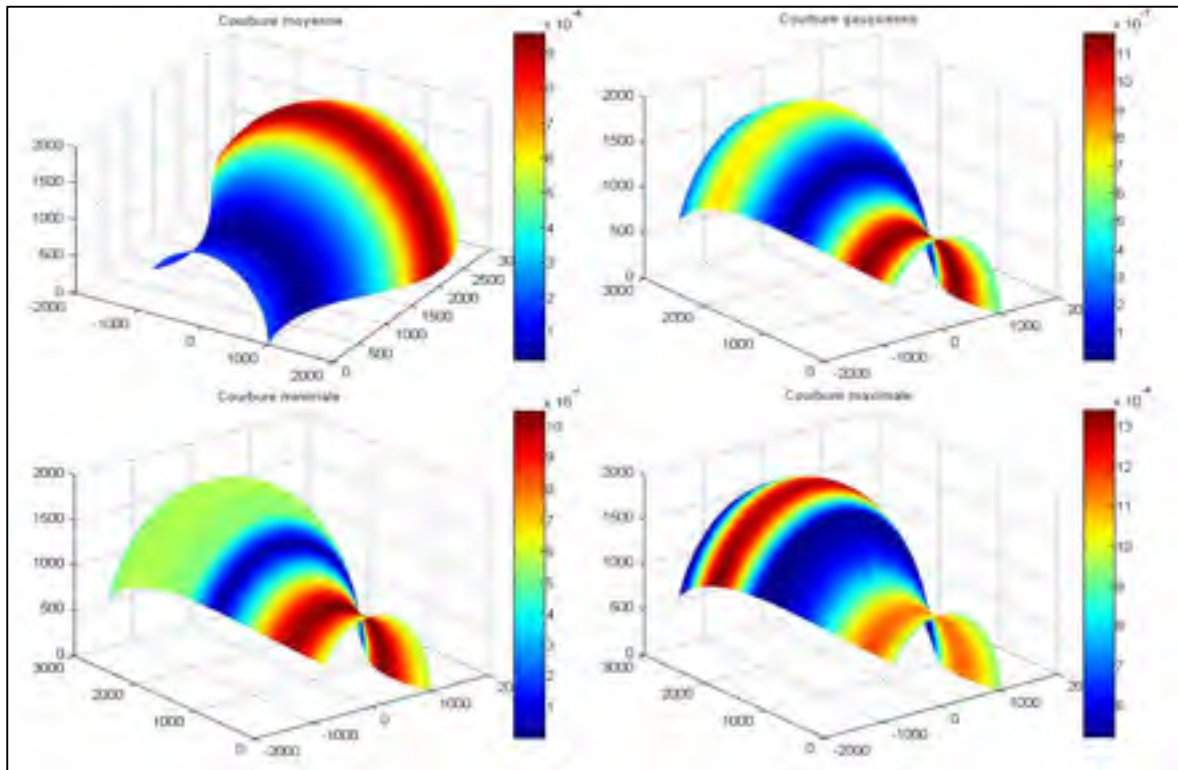


Figure 3.5 Distributions des courbures moyenne, gaussienne, minimale et maximale

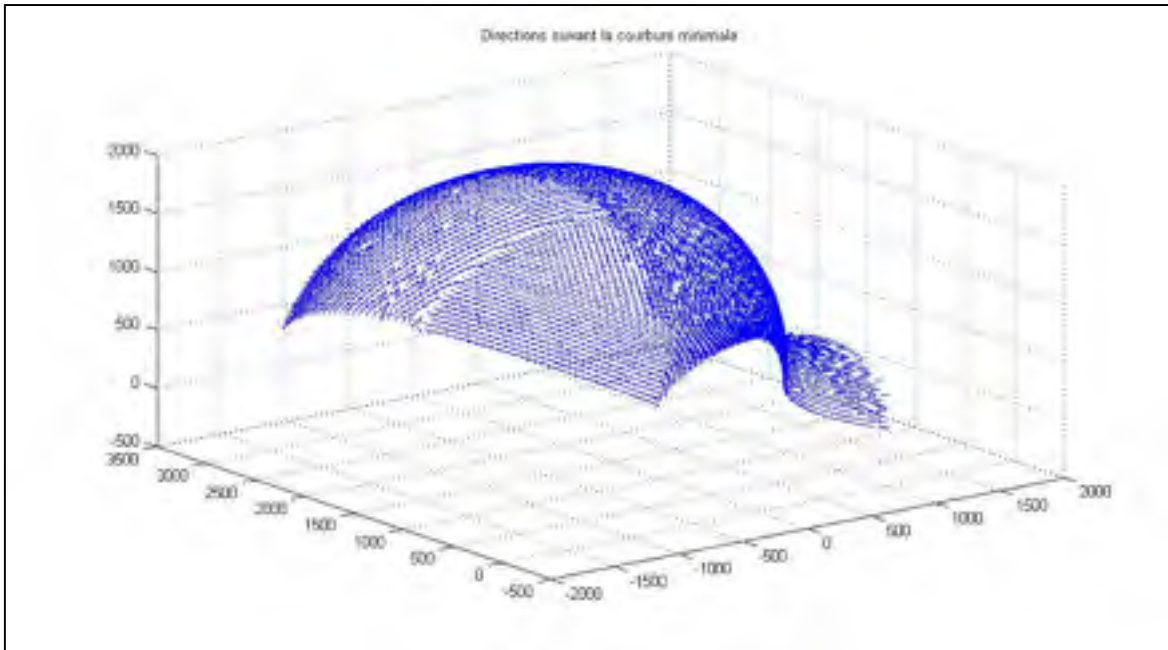


Figure 3.6 Distributions des directions minimales

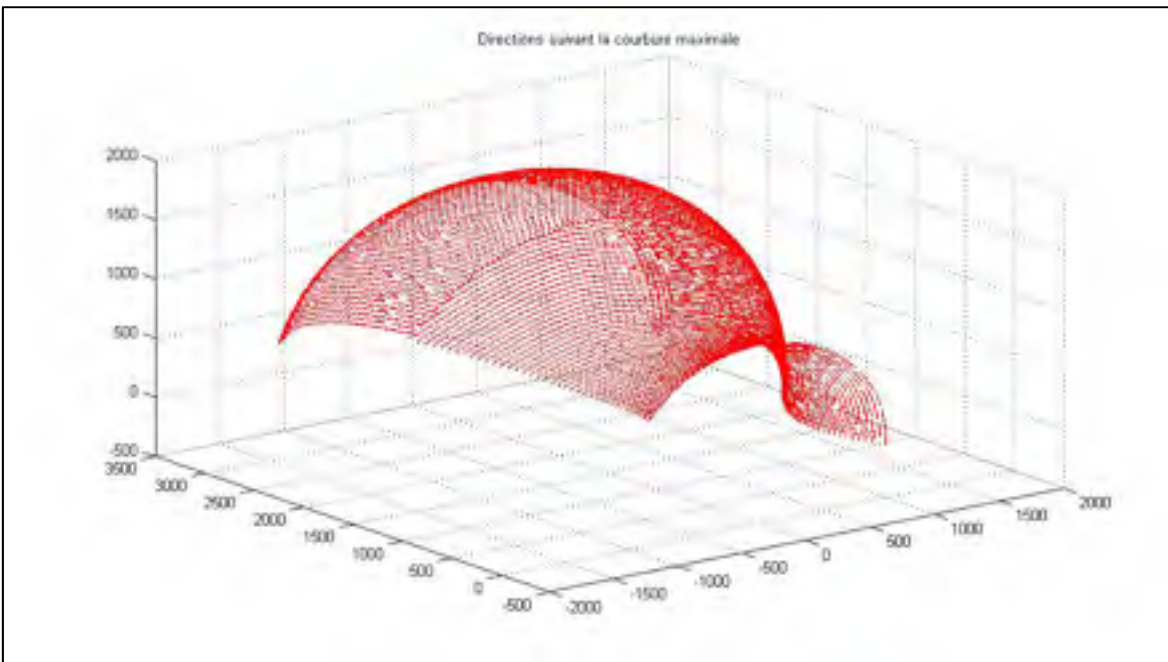


Figure 3.7 Distributions des directions maximales

Une première métrique a été développée. Cette métrique permet de modéliser la position de la direction principale minimale $\overrightarrow{Dir}_{\min}$ par rapport à la direction du robot qu'on note $\overrightarrow{Dir}_{robot}$

. Cette métrique tient donc compte de l'angle entre $\overrightarrow{Dir_{min}}$ et $\overrightarrow{Dir_{robot}}$ ainsi que la magnitude de la courbure moyenne C_{moy} . L'indice développé est donc présenté sous la forme suivante⁶:

$$C_1 = \frac{|C_{moy}|}{\left| \cos(\overrightarrow{Dir_{robot}}, \overrightarrow{Dir_{min}}) + 10^{-6} \right|}; (po^{-1}) \quad (3.24)$$

Dans cet indice, l'angle entre $\overrightarrow{Dir_{min}}$ et $\overrightarrow{Dir_{robot}}$ est modélisé par la valeur absolue de son cosinus (variant entre $[0,1]$) tandis que l'influence de la valeur de la courbure moyenne C_{moy} a été introduite à travers sa valeur absolue (variant entre $[0, +\infty)$). Cette métrique nous permet donc de décrire la courbure de la zone parcourue par le robot à travers la courbure moyenne. En effet, nous partons de l'hypothèse que, plus la valeur moyenne de la courbure augmente, plus la zone de la pièce sera complexe à laminier. De plus, afin d'illustrer l'influence du parcours du robot, nous calculons le cosinus de l'angle entre celui-ci et la direction minimale suivant laquelle la courbure locale est minimale. L'idée derrière le calcul du cosinus est que nous supposons que plus l'angle entre le robot et la direction minimale augmente et tend vers $\pi/2$ ($\cos \rightarrow 0$), plus on s'éloigne de la direction emportant la courbure minimale locale. Dans ce cas, la zone laminée est plus complexe. En effet, l'hypothèse est telle que si la direction minimale était parallèle à la direction du robot, celui-ci serait en train de laminier suivant la direction la moins complexe localement parmi toutes les directions emportant les différentes courbures locales de la zone. D'autre part, ce qui explique la division dans la métrique C_1 est que celle-ci doit être proportionnelle à la complexité. Néanmoins, quand la direction du robot s'éloigne de la direction minimale, le cosinus entre les deux directions diminue donc le cosinus est inversement proportionnel à la « complexité » d'où son emplacement au dénominateur.

⁶ L'ajout du facteur 10^{-6} a été fait pour éviter une division par 0.

Cette même métrique peut être modélisée en fonction de la direction maximale. Dans ce cas, elle sera exprimée comme suit :

$$C_2 = |C_{\text{moy}}| \times \left| \cos(\overrightarrow{Dir_{\text{robot}}}, \overrightarrow{Dir_{\text{max}}}) \right|; (po^{-1}) \quad (3.25)$$

Ce qui change dans cette expression est que contrairement à la première proposition de C_1 , nous considérons que plus l'angle entre la direction du robot et la direction emportant la courbure locale maximale tend vers $\pi/2$ ($\cos \rightarrow 0$), moins la pièce est complexe à laminier dans cette zone. L'utilisation de la valeur absolue pour la courbure moyenne est expliquée par le fait que notre objectif est de présenter la magnitude de celle-ci indépendamment du fait que la zone où elle a été calculée est concave ou convexe. D'autre part, le cosinus est aussi calculé en valeur absolue (pour varier entre 0 et 1) puisque les directions du robot sont comparées aux directions principales qui sont généralement perpendiculaires donc l'écart maximal entre la direction du robot et les directions principales est égal à $\pi/2$ et même si géométriquement l'écart entre la direction principale et la direction du robot dépasse $\pi/2$, l'objectif est de calculer la magnitude de cet écart indépendamment de l'orientation des vecteurs (étude suivant le premier cadran du cercle trigonométrique).

La distribution de la valeur de cet indice sur la surface de la pièce peut nous renseigner sur les zones qui sont susceptibles d'être plus complexes que d'autres lors du laminage. La Figure 3.8 illustre un exemple de la distribution de la valeur de l'indice C_1 sur une des pièces analysées et ce pour les quatre directions de placement des fibres par le robot ($0^\circ, 90^\circ, 45^\circ, -45^\circ$).

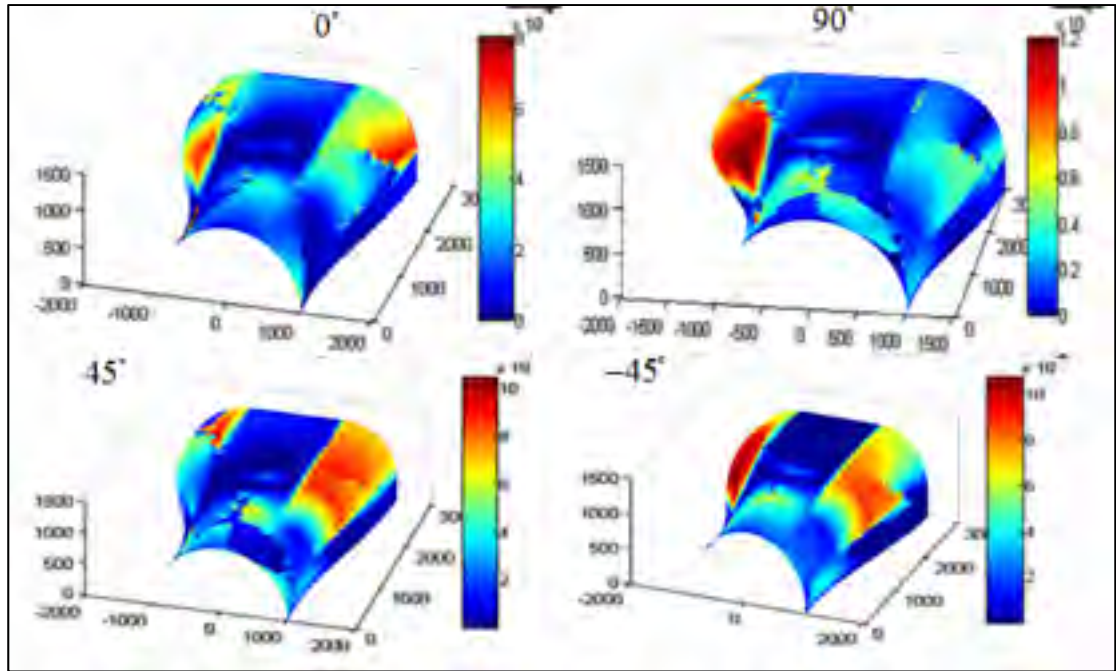


Figure 3.8 Distribution de l'indice C_l pour différents angles de placement des fibres

Cette métrique peut aussi être présentée en fonction des courbures principales (minimales et maximales) en remplaçant la valeur de la courbure moyenne C_{moy} dans l'indice par la valeur de la courbure minimale C_{min} ou maximale C_{max} .

Les indices proposés sont calculés au départ localement afin de caractériser la complexité locale pour chaque zone d'une même pièce. À partir du chemin parcouru par le robot, nous définissons pour chaque métrique candidate locale une métrique candidate globale qui tiendra compte de toutes les zones de la pièce que le robot parcourt d'un point de départ A jusqu'à un point d'arrivée B .

La première métrique globale liée à la courbure a été mise en place et consiste à calculer la somme du produit de la valeur absolue de la courbure moyenne C_{moy} avec la distance parcourue entre deux points de construction de la fibre Δl . Cette métrique permet de représenter la variation de la courbure rencontrée par le robot lors de son acheminement ainsi que la distance que celui-ci a parcourue pour aller d'un point de départ vers un point

d'arrivée. Nous notons cette métrique $M_{C_{moy}}$ et elle va varier dans l'intervalle $[0, +\infty)$. En effet, plus $M_{C_{moy}}$ est grand, plus la surface parcourue par le robot entre deux points pour laminer une fibre est complexe. La métrique candidate prendra la forme suivante :

$$M_{C_{moy}} = \sum_{i=1}^p |C_{moy_i}| \cdot \Delta l \quad (3.26)$$

Où :

- ✓ p : le nombre total de points parcourus par le robot pour aller d'un point de départ A à un point d'arrivée B .
- ✓ $C_{moy_i}(po^{-1})$: la courbure moyenne locale au niveau du $i^{ème}$ point.
- ✓ $\Delta l(po)$: la distance entre les points i et $i+1$.

Trois autres métriques semblables à $M_{C_{moy}}$ peuvent aussi être introduites. Ces métriques sont notées $M_{C_{min}}$, $M_{C_{max}}$ et $M_{C_{gauss}}$. Elles sont respectivement en fonction de la courbure minimale C_{min} , la courbure maximale C_{max} ainsi que la courbure gaussienne C_{gauss} . Ces métriques varient comme $M_{C_{moy}}$ et sont aussi proportionnelles à la complexité géométrique. Ces indices candidats ont la forme suivante :

$$M_{C_{min}} = \sum_{i=1}^p |C_{min_i}| \cdot \Delta l \quad (3.27)$$

$$M_{C_{max}} = \sum_{i=1}^p |C_{max_i}| \cdot \Delta l \quad (3.28)$$

$$M_{C_{gauss}} = \sum_{i=1}^p |C_{gauss_i}| \cdot \Delta l \quad (3.29)$$

À partir des métriques locales C_1 et C_2 introduites auparavant, nous proposons des métriques globales candidates liées à ces indices et qui tiennent compte aussi du parcours du robot d'un point pour placer une fibre d'un point départ vers un point d'arrivée. Ces deux métriques globales candidates sont donc notées M_{C_1} et M_{C_2} et sont sous la forme suivante :

$$M_{C_1} = \sum_{i=1}^p C_{1_i} \cdot \Delta l \quad (3.30)$$

$$M_{C_2} = \sum_{i=1}^p C_{2_i} \cdot \Delta l \quad (3.31)$$

Où :

- ✓ $C_{1_i}(po^{-1})$: l'indice local C_1 au niveau du $i^{ème}$ point.
- ✓ $C_{2_i}(po^{-1})$: l'indice local C_2 au niveau du $i^{ème}$ point.

Une autre métrique peut aussi être analysée. Cette métrique permet de modéliser l'influence de la géométrie de la pièce sur la conduite du robot lors du placement des fibres. Afin de calculer cet indice candidat, nous utilisons un paramètre lié au procédé AFP lors de la programmation du parcours du robot. Ce paramètre est appelé le «*steering*»⁷ et définit la trajectoire du robot sur la pièce suivant une direction donnée (Figure 3.9). La définition de ce paramètre est réalisée en considérant l'aptitude de la fibre à être placée sans qu'il y ait des problèmes d'adhésivité de celles-ci ou une apparition des rides⁸ locales. Une mauvaise définition de la conduite du robot peut aussi causer une séparation des fibres d'une même bande (Chen et al., 2015).

⁷ Mot utilisé dans le vocabulaire de l'AFP et provient du verbe anglais «*to steer*» et dont les synonymes français sont : conduire, piloter, guider, diriger d'après le dictionnaire de mécatronique (anglais/français)

⁸ De l'anglais : wrinkles

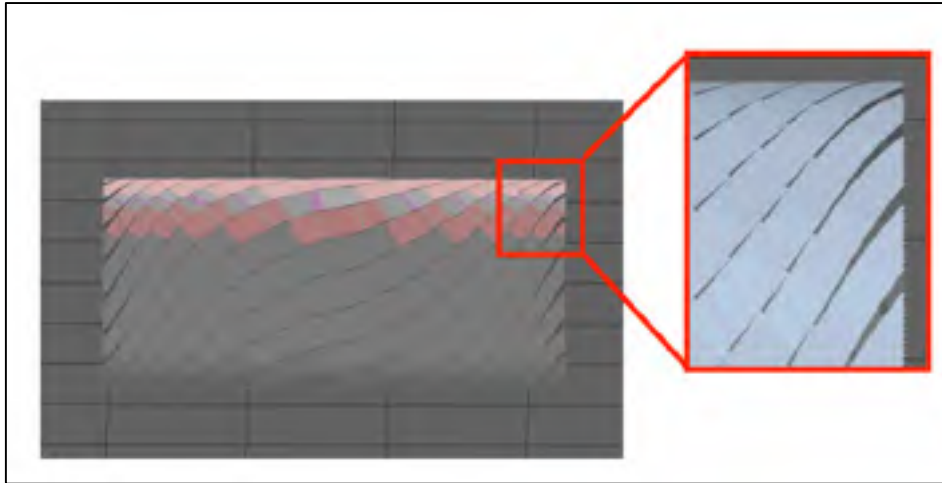


Figure 3.9 Modélisation de la conduite du robot sur un cylindre
Tiré de Wu *et al.* (2009)

Par conséquent, afin d'anticiper l'apparition de ces problèmes de placement et pour assurer une bonne rigidité du produit final (Blom, Stickler et Gürdal, 2009), la définition de la conduite du robot se fait dès la programmation en fonction de la géométrie de la surface parcourue. Cette programmation de la trajectoire se réalise en définissant au niveau de chaque point de construction du parcours de la fibre à placer, un rayon de courbure, suivant lequel le robot va dévier afin d'assurer la fabricabilité et la tenue de la fibre sur la surface tout en respectant la direction suivant laquelle il lamine. Un exemple de la trajectoire suivant un rayon de courbure (appelé aussi rayon du *steering*) est présenté dans la Figure 3.10 .

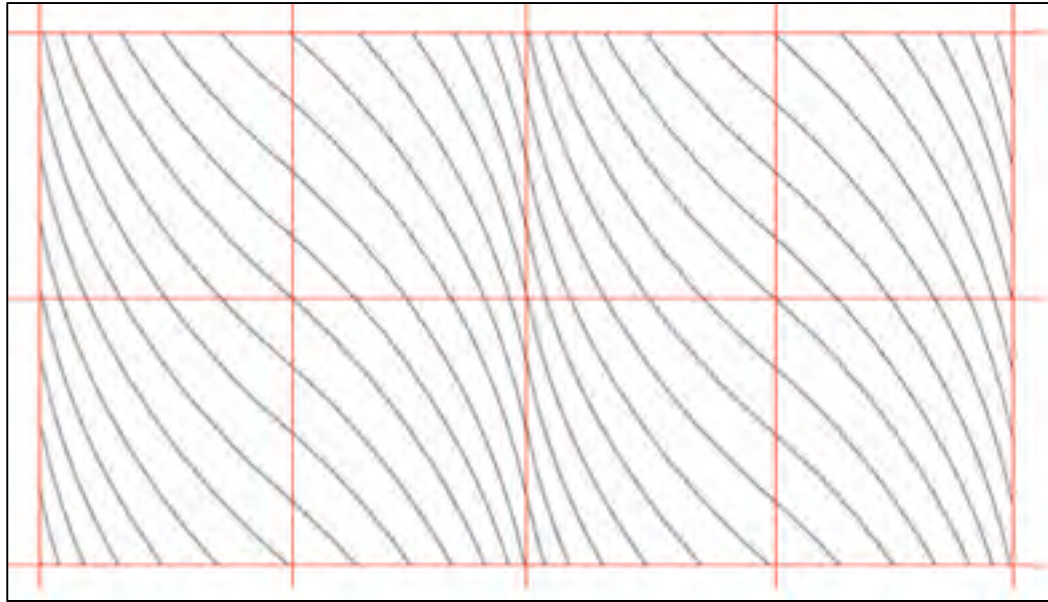


Figure 3.10 Projection 2D des lignes de constructions des fibres programmées suivant un rayon de courbure du «*steering*» pour assurer le placement des fibres sur une surface courbée Tiré de Wu et al. (2009)

Notre métrique est donc basée sur la déviation de la trajectoire du robot suivant le rayon du *steering*. Dans notre cas et afin d'avoir une métrique proportionnelle à la complexité, nous calculons l'inverse du rayon de courbure défini pour chaque point de construction de la fibre. En effet, nous considérons que plus il y a une déviation de la trajectoire suivant un certain rayon de courbure plus la zone laminée par le robot est complexe et représente des variations de forme.

L'inverse du rayon de courbure nous donnera donc une courbure locale. Celle-ci va constituer notre métrique locale $C_{steering}$ et sera représenté par :

$$C_{Steering} = \frac{1}{R_{Steering}}(po^{-1}) \quad (3.32)$$

Comme pour les métriques précédentes, une métrique globale sera définie pour $C_{steering}$. Cette métrique n'est autre que la somme du produit des $C_{steering}$ locaux qui caractérisent la

courbure de la déviation de la trajectoire du robot en chaque point de construction de la fibre et la distance parcourue Δl du robot entre deux points. Nous notons cette métrique $M_{C_{Steering}}$ et elle sera représentée comme suit :

$$M_{C_{Steering}} = \sum_{i=1}^p C_{Steering_i} \cdot \Delta l \quad (3.33)$$

Où :

- ✓ $C_{Steering_i} (po^{-1})$: la courbure moyenne locale au niveau du $i^{ème}$ point.

3.2.1.2 Métriques liées à l'analyse de la distance géodésique

La distance géodésique entre deux points est la longueur du plus court chemin qui parcourt la surface et liant le point de départ et le point d'arrivée. Le programme développé sous *Matlab*® nous permet d'avoir, à partir d'un point de départ, la distance géodésique vers un ou plusieurs points d'arrivée. Un exemple de la modélisation du chemin géodésique entre deux points ainsi que la distance entre un point de départ et tous les autres sommets du maillage de la surface (propagation de la couleur sur la surface) est représentée dans la Figure 3.11.

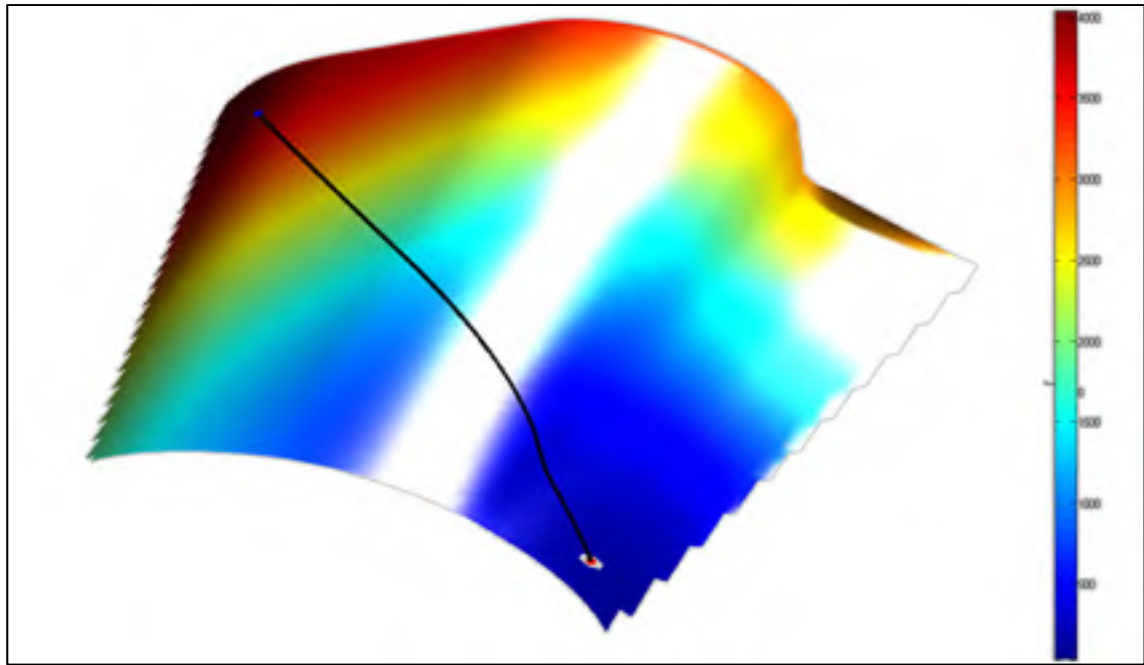


Figure 3.11 Exemple de la distribution de la distance géodésique et chemin géodésique entre deux points

Dans notre cas nous calculons le chemin géodésique entre les points de départ du robot et leurs points d'arrivée correspondants. Ce calcul nous permet de déduire la distance géodésique entre ces points et calculer l'écart entre le plus court chemin entre ces points et le parcours que le robot a emprunté pour laminer.

Dans cette étude, nous partons de l'hypothèse que plus l'écart local entre le parcours du robot et le chemin géodésique est grand, plus la zone de la pièce est complexe à laminer. Cette analyse nous permet donc de déduire une métrique que nous notons Geo_{locale} qui permet de calculer la déviation entre un point du parcours du robot et son correspondant sur le chemin géodésique et qui est égale à :

$$Geo_{locale} = \sqrt{(x_{geo} - x_{robot})^2 + (y_{geo} - y_{robot})^2 + (z_{geo} - z_{robot})^2} \quad (3.34)$$

Tel que :

- $x_{robot}, y_{robot}, z_{robot}$ sont les coordonnées du point local appartenant au chemin que parcourt le robot.
- $x_{geo}, y_{geo}, z_{geo}$ sont les coordonnées du point correspondant au point du parcours du robot et appartenant au chemin géodésique entre les points de départ et d'arrivée.

La Figure 3.12 représente les déviations locales entre le chemin géodésique et le parcours du robot suivant les quatre directions (0° , 45° , -45° et 90°) de la pièce référence.

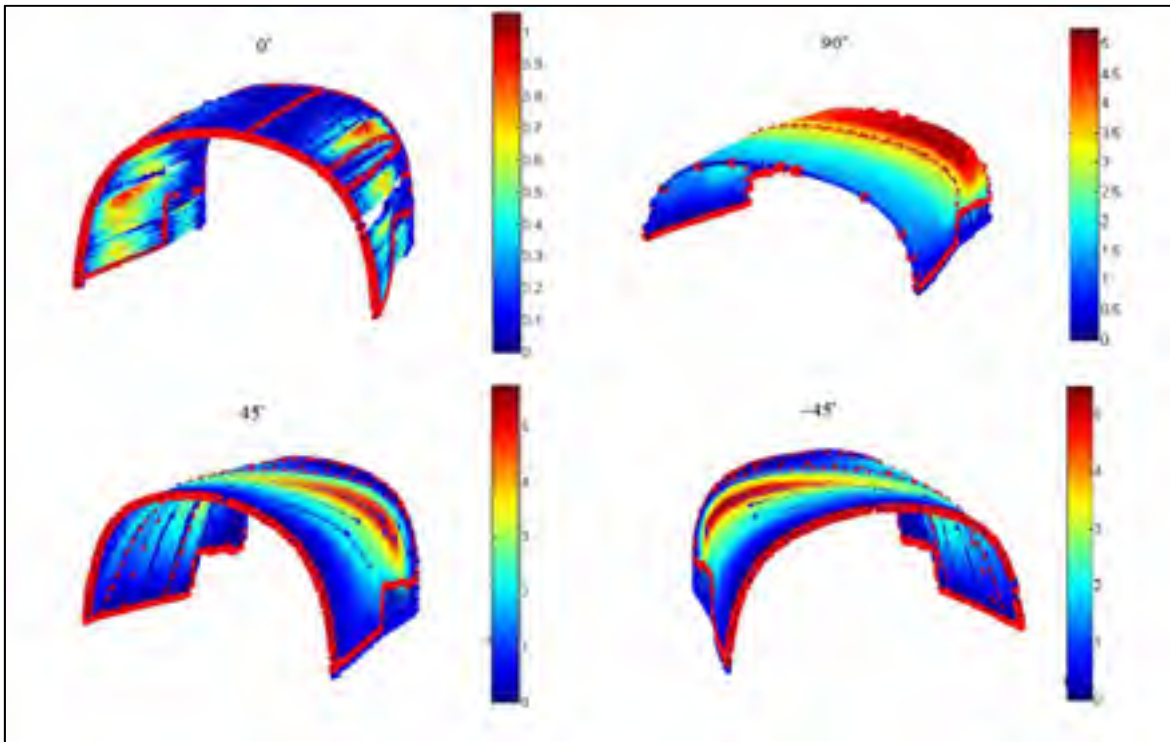


Figure 3.12 Exemple de l'écart local entre le chemin géodésique et le parcours du robot

Cette métrique est calculée pour tout le chemin du robot afin de déduire l'écart total entre le chemin géodésique et le chemin du robot entre un point de départ et un point d'arrivée. Cet écart fera l'objet d'une métrique qui est représentée par la somme de l'écart local et qui est représentée par :

$$Geo_1 = \sum_{i=1}^p Geo_{locale_i}(po) \quad (3.35)$$

Où :

- ✓ $Geo_{locale_i}(po)$: écart local entre le $i^{ème}$ point du parcours du robot et son correspondant sur le chemin géodésique.

Ci-dessous, la figure 3.13 illustre un exemple de la distribution de la métrique Geo_1 sur notre pièce référence, et ce, suivant les quatre directions.

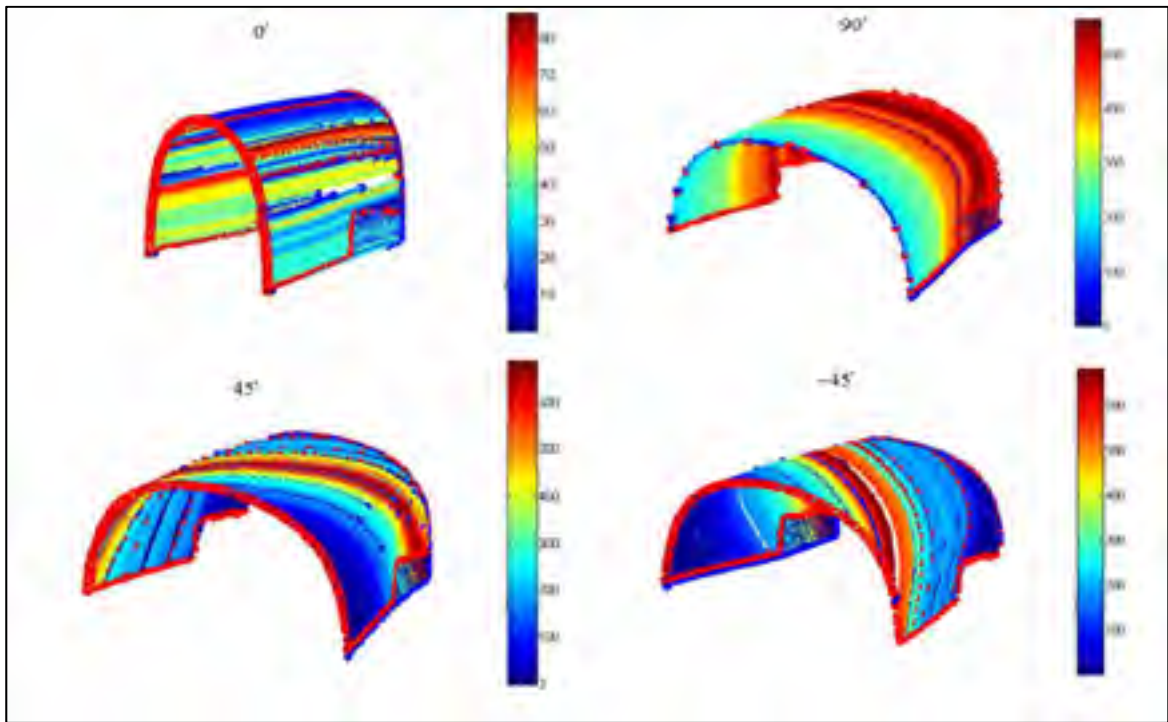


Figure 3.13 Exemple de l'écart total (Geo_1) entre le chemin géodésique et le parcours du robot (points de départs en bleu et points d'arrivée en rouge)

De plus, nous sommes en mesure de calculer l'écart maximal entre le chemin du robot et le chemin géodésique en identifiant la valeur maximale des écarts locaux entre les points de

départ et d'arrivée du robot. Cette valeur fait l'objet aussi d'une autre métrique que nous notons Geo_2 et qui prendra la forme suivante :

$$Geo_2 = \underset{i=1}{\overset{p}{Max}} \{ Geo_{locale_1}, Geo_{locale_2}, \dots, Geo_{locale_i}, \dots, Geo_{locale_p} \} \quad (3.36)$$

Ci-dessous, la figure 3.14 illustre un exemple de la distribution de la métrique Geo_2 sur notre pièce référence, et ce, suivant les quatre directions.

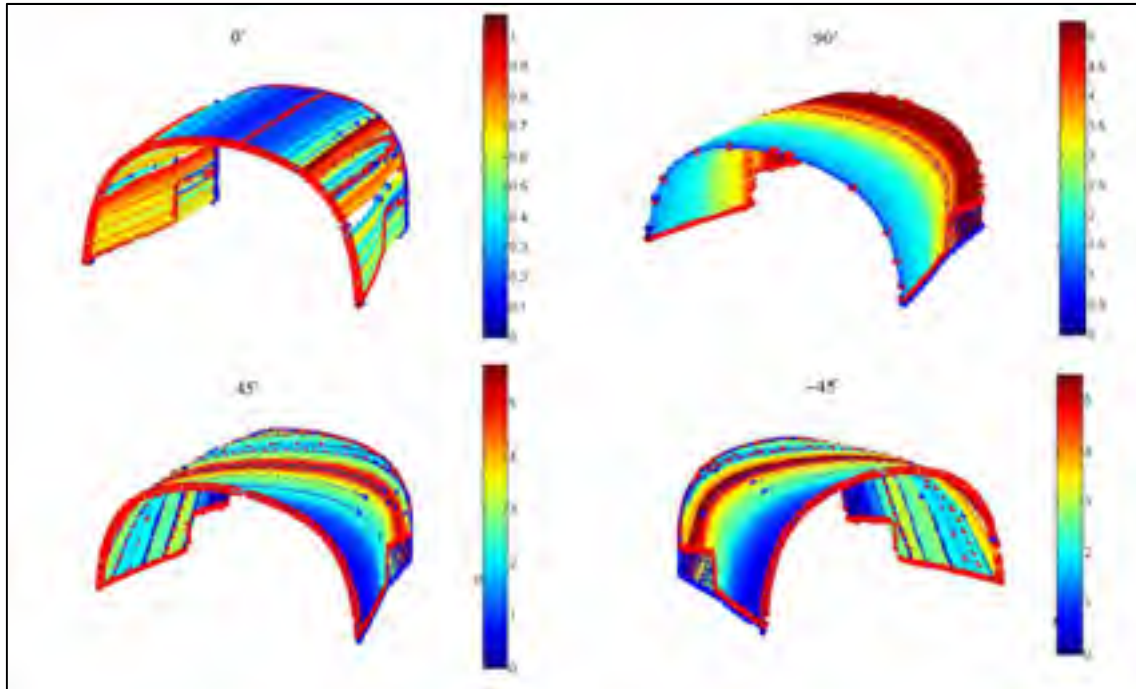


Figure 3.14 Modélisation de l'écart maximal (Geo_2) entre le chemin géodésique et le parcours du robot

Les métriques Geo_1 et Geo_2 varient dans l'intervalle $[0, +\infty)$. En effet, l'idée derrière la définition de ces métriques et que la complexité géométrique est liée à l'écart entre le parcours du robot et le chemin le plus court (chemin géodésique) entre un point de départ et un point d'arrivée. Plus cet écart est important, plus la surface parcourue pour laminier est

complexe. Ces métriques permettent de représenter l'influence de la direction de laminage du robot.

La Figure 3.15 présente une récapitulation des métriques candidates que nous proposons. À partir de cette figure, nous remarquons que nous avons ajouté des combinaisons des métriques candidates que nous avons proposées dans cette section. En effet, nous distinguons deux catégories des combinaisons des métriques candidates. Le premier sous-groupe représente les métriques notées $S_{...}$ qui sont des métriques qui associent le rayon du *steering* (représentant l'influence du parcours du robot et sa capacité à assurer la tenue des bandes de fibres sur le moule) avec les métriques M_{C_1} et M_{C_2} (caractérisant l'influence de la courbure et l'orientation du robot lors du laminage par rapport aux directions principales). Le deuxième sous-ensemble de métriques noté $A_{...}$ et $P_{...}$ décrit la combinaison (par addition ou multiplication) des indices liés à la courbure M_{C_k} et les indices $Geo_{1,2}$ liés à l'écart entre le chemin géodésique et le parcours du robot.

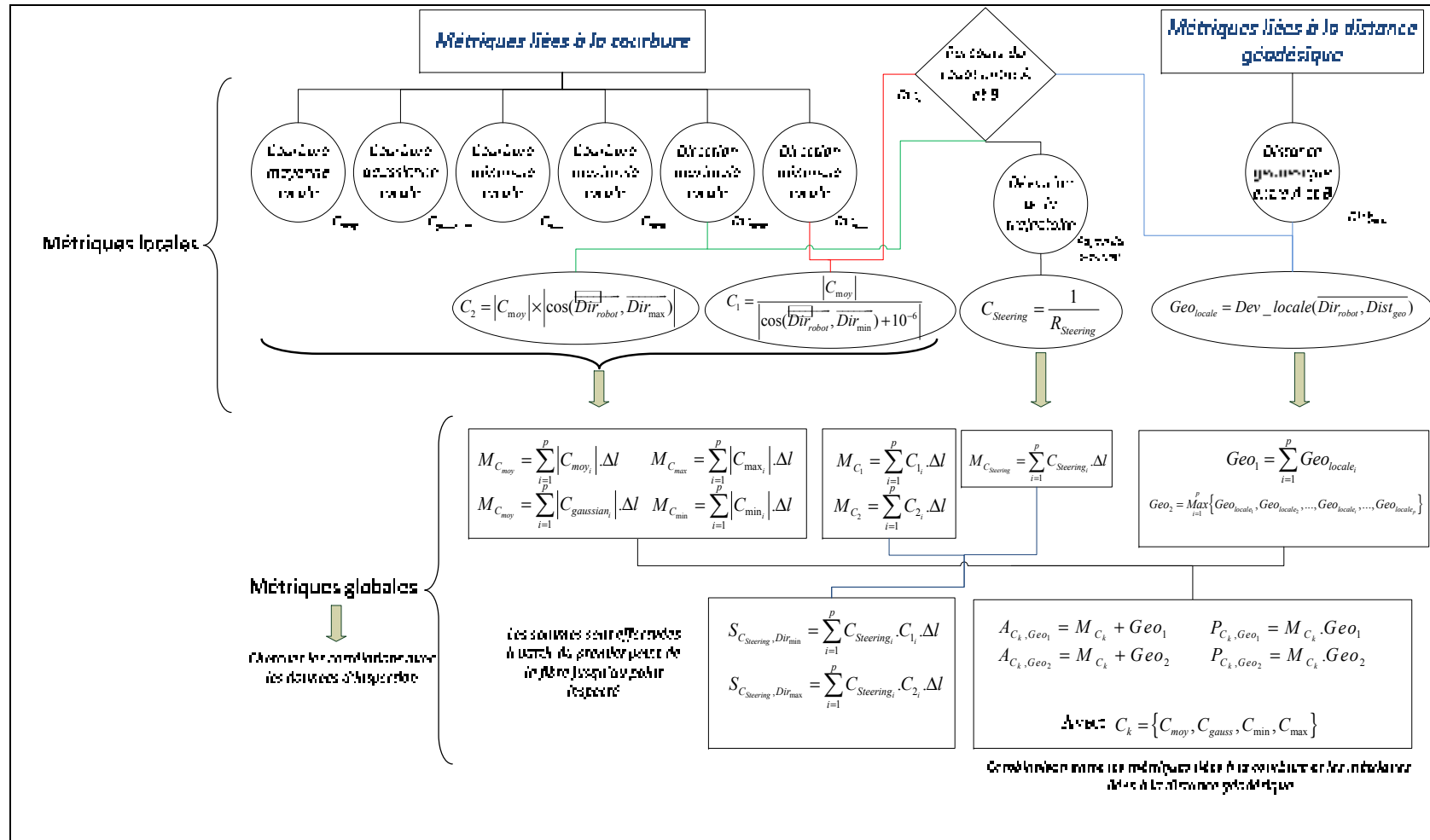


Figure 3.15 Récapitulation des métriques candidates

3.2.2 Introduction à la mise en place de l'indice de complexité final

Afin de choisir l'indice de complexité géométrique final des pièces fabriquées par le procédé AFP, nous commençons par calculons les métriques locales candidates au niveau des correspondants des points des lignes de constructions des fibres sur le maillage de la pièce référence et pour chaque direction de placement (0° , 45° , -45° et 90°). Ensuite, nous déterminons les lignes de constructions de fibres nominales correspondantes aux points de coupe et de réacheminement qui ont été réellement inspectés⁹. Une fois ces lignes de constructions des fibres identifiées, nous calculons les métriques globales. Chaque métrique est calculée en effectuant la somme de la métrique locale multipliée (pondérée) par la distance parcourue à partir du point de départ de la fibre vers son point d'arrivée. Le calcul de chaque métrique globale est ainsi réalisé pour toutes les fibres dont le point de départ et d'arrivée ont été inspectés.

Au final, nous obtenons une distribution pour chaque métrique globale candidate suivant chaque direction de placement. Cette distribution est comparée à la distribution des erreurs de profil enregistrées lors de l'inspection du pli. La métrique globale retenue est celle qui aura le plus grand coefficient de corrélation linéaire de *Pearson*. La corrélation doit être vérifiée pour les quatre directions de placement.

À cette étape de notre étude, la complexité géométrique est caractérisée par une distribution sur le pli. L'un des objectifs de notre projet est de développer une métrique caractérisée par un nombre pour qu'elle soit facile à manipuler lors de son implémentation dans le modèle probabiliste. Par conséquent, nous calculerons la somme des différentes valeurs de la métrique globale pour chaque direction de placement puis nous effectuerons la somme des indices des quatre plis (quatre directions de placement) afin d'avoir l'indice final

⁹ Durant l'inspection d'un pli réel, un pourcentage des fibres est inspecté sur une bande pour optimiser le processus d'inspection et avoir des gains de temps pour la production.

caractérisant la complexité géométrique de l'ensemble de la pièce. La métrique finale est donc notée G_{final} et elle est représentée par :

$$G_{final} = \sum_{pli=1}^{nb_plis=4} \left(\sum_{f=1}^{nb_fibres} \left(M_{globale_{finale_f}} \right) \right) \quad (3.37)$$

Où :

- ✓ nb_fibres : le nombre total de fibres sur un pli.
- ✓ nb_plis : le nombre total de plis d'une pièce complète (dans notre cas $nb_plis=4$).
- ✓ f : la fibre d'un pli caractérisée par sa métrique globale $M_{globale_{finale_f}}$.

Une fois le développement de la métrique terminé, celle-ci est normalisée pour être adimensionnelle. Cette opération permet d'obtenir une valeur utilisable dans les modèles probabilistes. Ainsi, la métrique de chaque pièce étudiée est divisée par la métrique de notre pièce référence. L'indice adimensionnel sera donc représenté par :

$$n_i = \frac{G_{final_i}}{G_{final_{ref}}} \quad (3.38)$$

Tel que:

- ✓ n_i : Indice adimensionnel de complexité
- ✓ G_{final_i} : Métrique de la pièce i caractérisant sa complexité géométrique dimensionnelle.
- ✓ $G_{final_{ref}}$: Métrique de la pièce référence caractérisant sa complexité géométrique dimensionnelle.

La valeur trouvée constitue donc notre indice de complexité adimensionnel final. Cet indice est calculé pour toutes nos pièces suivant toutes les directions de placement des fibres ($0^\circ, 45^\circ, -45^\circ$ et 90°). Une fois ces indices calculés, nous sommes en mesure de classer nos pièces par rapport à la pièce référence choisie précédemment. Dans notre cas, le choix de la

pièce référence est justifié par le fait que celle-ci a été fabriquée et inspectée réellement et nous avons été en mesure de récupérer ces données d'inspection. Cette pièce aura un indice de complexité unitaire $n = 1$. Les pièces avec un indice $n > 1$ sont considérées comme plus complexes que la pièce référence, tandis que les pièces avec un indice $n < 1$ sont considérées comme plus simples. L'allure de cette échelle de normalisation est représentée schématiquement dans la Figure 3.16.

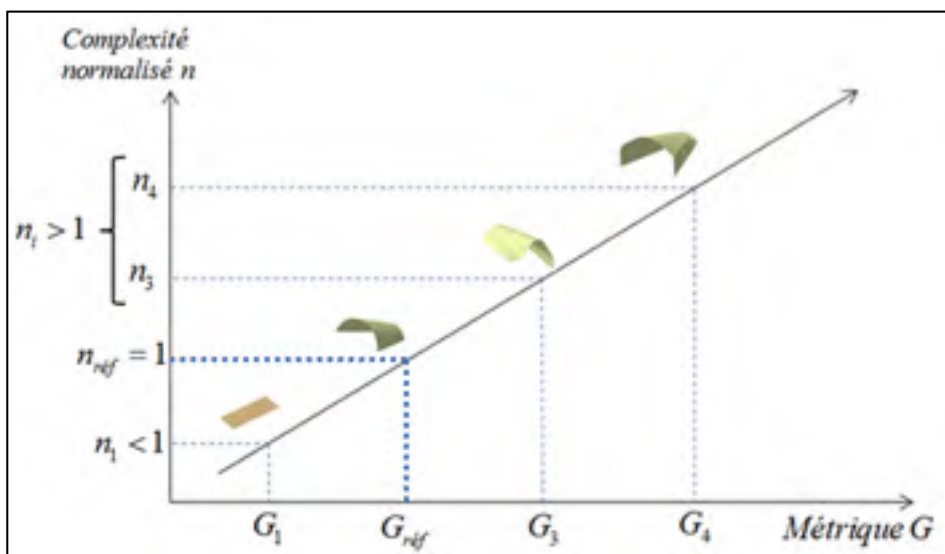


Figure 3.16 Indice de complexité en fonction d'une caractéristique G en appliquant l'équation (2.27)

Après avoir défini l'échelle de complexité, nous pouvons déduire la valeur numérique de la tolérance de profil d'une nouvelle pièce ayant un indice de complexité différent n_i et issue du même procédé AFP. La détermination de la tolérance à imposer est réalisée en utilisant un modèle probabiliste basé sur les statistiques d'ordre et qui établit un lien entre la complexité géométrique, les caractéristiques statistiques de la pièce référence (moyenne et écart type de la distribution des déviations) ainsi que la capabilité du procédé.

Le développement de ce modèle sera détaillé dans le CHAPITRE 4 et une étude de cas du procédé AFP y sera présentée dans le CHAPITRE 5. Dans ce dernier, nous détaillons la

méthode introduite dans cette section pour trouver la métrique finale qui caractérise la complexité géométrique des pièces fabriquées avec le procédé AFP.

CHAPITRE 4

DÉVELOPPEMENT DU MODÈLE PROBABILISTE POUR LIER LA COMPLEXITÉ GÉOMÉTRIQUE À LA CAPABILITÉ DU PROCÉDÉ

Après avoir défini les indices de complexité candidats, nous présentons dans le CHAPITRE 4 le modèle probabiliste qui établit un lien causal entre ces indices et la capabilité du procédé AFP. Nous utilisons le concept des statistiques d'ordres que nous introduisons dès le début du présent chapitre. Ensuite, nous allons présenter la démarche adoptée pour la définition des fonctions de distributions de probabilité des erreurs de profil sur une pièce en fonction de sa complexité géométrique en se basant sur le théorème des statistiques d'ordre.

Nous concluons ce chapitre par un exemple d'application simple en supposant que la complexité géométrique de nos pièces est représentée par le nombre de sections sur chacun des plis qui la constituent. Dans cet exemple, nous classons les pièces en fonction de cet indice et à partir des données statistiques de la pièce référence et la capabilité de notre procédé, nous utilisons les fonctions de distributions développées afin d'estimer les distributions des déviations des nouvelles pièces et finalement calculer les limites de tolérance à appliquer à ces nouvelles pièces.

4.1 Introduction aux statistiques d'ordre

Soit $X_{\bullet} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ un échantillon d'une population donnée dont les éléments sont indépendants et identiquement distribués (*iid*). On considère aussi que X_{\bullet} est un échantillon issu d'une population dont la variable aléatoire notée X est décrite par une fonction de répartition CDF notée $F(t)$ et une densité PDF notée $f(t)$.

En classant les valeurs de la séquence X_1, X_2, \dots, X_n dans un ordre croissant tel que $X_{1:n} \leq X_{2:n} \leq \dots \leq X_{n:n}$, on appelle le $i^{\text{ème}}$ membre de cette séquence la $i^{\text{ème}}$ statistique ordonnée de l'échantillon (Castillo, 1988).

Pour un échantillon de taille n , la séquence ordonnée est généralement notée, $X_{1:n}, X_{2:n}, \dots, X_{i:n}, \dots, X_{n:n}$ mais dans la suite de notre présentation des statistiques d'ordre, nous utilisons la notation $X_{(i)}$ pour désigner un membre d'ordre i .

Les termes les plus employés de chaque séquence présentés suivant les statistiques d'ordre sont les ordres *premier* et *dernier* : $X_{(1)} = \text{Min}(X_1, X_2, \dots, X_n)$ et $X_{(n)} = \text{Max}(X_1, X_2, \dots, X_n)$ qui représentent respectivement le minima et le maxima et qui sont appelés les extrêmes.

4.1.1 Modélisation de la distribution des statistiques d'ordre

Soit $X_{\bullet} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ un échantillon d'une population donnée dont les membres sont indépendants et identiquement distribués (*iid*). On considère aussi que X_{\bullet} est un échantillon issu d'une population dont la variable aléatoire est X se caractérisant par une fonction de répartition (CDF) : $F(t)$ et une densité PDF : $f(t)$.

Soit $m_n(t)$ le nombre d'éléments dans un échantillon qui vérifient la condition $X_{(i)} \leq t$. Le terme $m_n(t)$ peut donc être considéré comme une variable aléatoire de type binomiale, $B(n, F(x))$ puisqu'il représente le nombre des succès lorsque n essais indépendants de *Bernoulli* sont répétés. Cette expérience consiste à tirer une valeur au hasard de X_i qui peut être inférieure ou égale à t (succès) et avec une probabilité $p = F(t)$, ou supérieure à t (échec) avec une probabilité $1 - p$. Par conséquent, la fonction de répartition de $m_n(t)$ est donnée à partir de la loi binomiale par :

$$F_{m_n(t)}(i) = \text{prob}[m_n(t) \leq i] = \sum_{k=0}^i \binom{n}{k} F^k(t) [1 - F(t)]^{n-k} \quad (4.1)$$

Par contre, l'événement $\{X_{(i)} \leq t\}$ représentant la $i^{\text{ème}}$ statistique d'ordre et ayant une valeur inférieure ou égale à t , coïncide avec l'événement $\{m_n(t) \geq i\}$, qui correspond à i ou plus éléments avec une valeur inférieure ou égale à t dans l'échantillon. Ainsi, à partir de l'équation (4.1) on a :

$$F_{X_{(i)}}(t) = P[X_{(i)} \leq t] = 1 - F_{m_n(t)}(i-1) = \sum_{k=i}^n \binom{n}{k} F^k(t) [1-F(t)]^{n-k} \quad (4.2)$$

Où :

$F_{X_{(i)}}(t)$ est la fonction de répartition de $X_{(i)}$.

Dans le cas où X est une variable aléatoire continue, $X_{(i)}$ possède une fonction de densité de probabilité PDF donnée par la première dérivée de la fonction de répartition (4.2) par rapport à t .

$$f_{X_{(i)}}(t) = i \binom{n}{i} F^{i-1}(t) [1-F(t)]^{n-i} f(t) \quad (4.3)$$

4.1.2 Distributions des extrêmes

Les extrêmes jouent un rôle très important dans l'établissement des conditions d'opération des systèmes. Puisque le maximum est défini par le dernier ordre statistique qu'on note n et en remplaçant i par n dans les équations (4.2) et (4.3) on peut obtenir la fonction de répartition et la densité de probabilité du maxima ci-dessous :

$$F_{X_{(n)}}(t) = F^n(t) \quad (4.4)$$

$$f_{X_{(n)}}(t) = nF^{n-1}(t)f(t) \quad (4.5)$$

D'autre part la fonction de répartition et la densité de probabilité du minima peuvent être obtenues en remplaçant l'ordre i par 1 dans les équations (4.2) et (4.3). On obtient donc :

$$F_{X_{(1)}}(t) = 1 - [1 - F(t)]^n \quad (4.6)$$

$$f_{X_{(1)}}(t) = n[1 - F(t)]^{n-1} f(t) \quad (4.7)$$

4.2 Modélisation du lien entre la complexité géométrique et la capabilité

Afin d'être capable d'estimer la tolérance tout en tenant compte de la capabilité du procédé ainsi que de la complexité des pièces à fabriquer par le procédé de placement de fibres AFP, nous utilisons dans cette partie le modèle créé auparavant par Tahan et Levesque (2009a) puis développé par Lépine (2014) afin d'établir le lien entre la complexité géométrique des pièces fabriquées et la capabilité du procédé AFP. Ce lien causal nous permettra de réaliser le dernier objectif du projet qui est de prédire, à partir des caractéristiques statistiques (μ, σ) d'une pièce prise comme référence, l'intervalle dans lequel le procédé respecte une limite de tolérance de profil pour d'autres pièces plus ou moins complexe que notre référence.

Pour continuer ce qu'ont fait les auteurs de cette méthode, nous utilisons ce même modèle mathématique basé les statistiques d'ordre. L'analyse des pièces sera faite lorsque celles-ci sont placées avec référentiel (sans degrés de liberté).

4.2.1 Identification de l'erreur de profil lors de l'inspection des plis laminés

La capabilité du procédé AFP est déterminée à partir de l'estimation de la capacité unilatérale avec une limite supérieure (équation 1.9). En ayant comme paramètres d'entrée l'indice de capabilité ainsi que les percentiles $\hat{x}_{50\%}$ et $\hat{x}_{99.865\%}$, nous pouvons déterminer la limite de tolérance supérieure LTS à respecter (tolérance de profil) par le procédé.

Les percentiles $\hat{x}_{50\%}$ et $\hat{x}_{99.865\%}$ sont déterminés à partir des distributions de la densité de probabilité de l'erreur de profil du robot. Cette erreur est calculée à partir des positions spatiales des fibres acheminées (point de départ du placement) et où elles ont été coupées après le placement.

L'erreur de profil représente ainsi la projection sur la surface du moule (OML : *Outside Mold Line*) de la résultante de deux composantes qui caractérisent deux erreurs de profil sur le pli: l'erreur de coupe¹⁰ et l'erreur de côté¹¹.

On notera donc :

- Point nominal (P_N) qui définit la position nominale donnée lors de la conception. C'est le point théorique tel que défini dans un fichier CAO.
- Point réel (P_R) qui définit la position mesurée réellement sur la pièce et correspondant au point nominal P_N .
- Point « ErrCut » (P_{EC}) qui définit le point de l'erreur de coupe. Cette erreur est selon la direction théorique du laminage des fibres. Cette direction est notée (\vec{t}).
- Point « ErrSide » (P_{ES}) qui définit le point de l'erreur de côté. Cette erreur est en direction perpendiculaire (orthogonale) à la direction de laminage des fibres. Cette direction est notée (\vec{n}).

La représentation de l'erreur de position résultante ainsi que ses composantes sont modélisées dans la Figure 4.1.

¹⁰ De l'anglais : *Cut error*

¹¹ De l'anglais : *Side error*

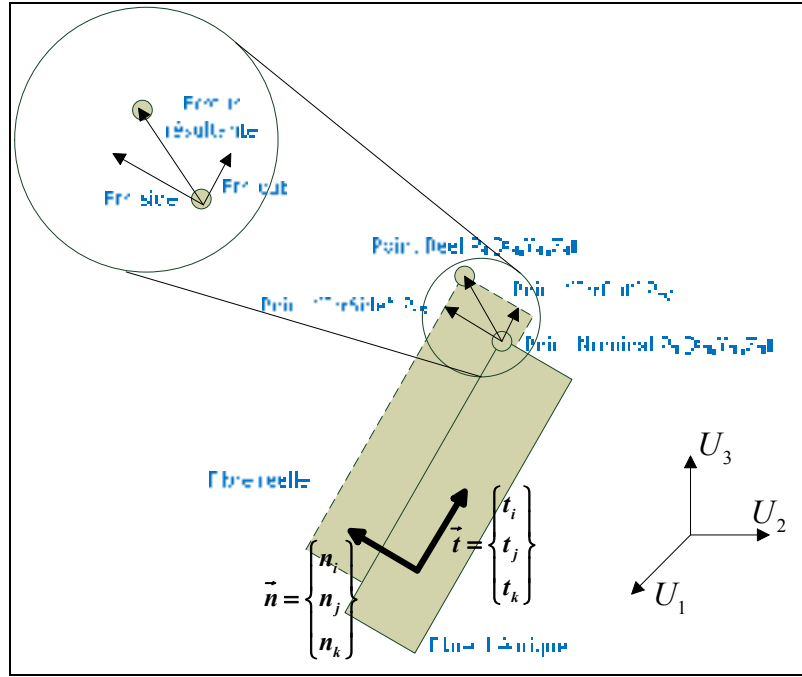


Figure 4.1 Modélisation des erreurs de position de coupe et de côté et leur résultante

Ces erreurs peuvent être modélisées par les équations suivantes :

$$\overrightarrow{Err_{cut}} = \|Err_{cut}\| \cdot \vec{n} = \begin{bmatrix} Err_{cut_{U_1}} \\ Err_{cut_{U_2}} \\ Err_{cut_{U_3}} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

$$\overrightarrow{Err_{side}} = \|Err_{side}\| \cdot \vec{n} = \begin{bmatrix} Err_{side_{U_1}} \\ Err_{side_{U_2}} \\ Err_{side_{U_3}} \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

$$\overrightarrow{Err_{res}} = \overrightarrow{Err_{cut}} + \overrightarrow{Err_{side}} = \overrightarrow{P_N P_R} = \begin{bmatrix} X_R - X_N \\ Y_R - Y_N \\ Z_R - Z_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Err_{res_{U_1}} \\ Err_{res_{U_2}} \\ Err_{res_{U_3}} \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

$$\|\overrightarrow{Err_{res}}\| = \|\overrightarrow{P_N P_R}\| = \sqrt{(X_R - X_N)^2 + (Y_R - Y_N)^2 + (Z_R - Z_N)^2} \quad (4.11)$$

Lors de l'inspection d'une surface après le placement des fibres, plusieurs déviations de profil de coupe peuvent être enregistrées par rapport au nominal. Ces erreurs représentent des écarts géométriques (erreurs de profil) par rapport à la géométrie théorique (nominale).

Les déviations enregistrées entre le point nominal et le point mesuré de coupe ou de réacheminement sont causées essentiellement par les variations inhérentes ou spéciales qui peuvent influencer sur le procédé de fabrication. Dans notre cas, nous partons de l'hypothèse qui stipule que ces variations sont liées directement à la complexité géométrique des pièces fabriquées. En intégrant l'influence de la complexité dans la formule de calcul de la capabilité, nous serons en mesure de calculer, à partir de la distribution des erreurs de profil d'une pièce référence, la tolérance de profil à respecter sur une autre pièce issue du même procédé mais qui est de complexité différente par rapport à la pièce référence.

La liaison causale de la complexité géométrique à la capabilité du procédé sera réalisée en utilisant le modèle probabiliste basé sur les statistiques d'ordre. En effet, à partir de la pièce référence ayant, par définition, un indice de complexité $n_{ref} = 1$, nous utilisons les caractéristiques statistiques (μ, σ) liées à la distribution des déviations (erreurs de profil) enregistrées lors de l'inspection de cette pièce ainsi que l'indice de complexité n_i de la nouvelle pièce à analyser afin de déduire l'estimation de la distribution des déviations de celle-ci et calculer ainsi les percentiles équivalents $(\hat{x}_{50\%} \text{ et } \hat{x}_{99.865\%})$.

D'après les équations (4.4) et (4.5) définis précédemment, Tahan et Levesque (2009a) puis par la suite Lépine (2014) ont démontré qu'on pouvait utiliser l'ordre n comme étant l'indice de complexité tel que $n \in \mathfrak{R}^+$.

À partir des équations des distributions de déviations issues de la théorie des statistiques d'ordres et des expressions des extrêmes, nous sommes donc en mesure de déterminer les percentiles $\hat{x}_{50\%}$ et $\hat{x}_{99.865\%}$ qui dépendent des déviations de la pièce référence ainsi que de l'indice de complexité de la pièce analysée. Ces percentiles seront par la suite introduits dans

l'équation (1.9) de l'indice de capabilité C_{pk} afin de déterminer la tolérance de profil à imposer pour la pièce analysée.

4.2.2 Mise en place de la distribution de l'écart réel de profil

Comme présenté précédemment, Tahan et Levesque (2009a) ont introduit une méthode permettant le calcul des distributions des déviations à partir d'une pièce référence ayant un seul élément (ex. tour/alésage) pour déterminer la tolérance à définir pour d'autres patrons ayant plusieurs éléments. Dans la continuité de ces travaux, Lépine (2014) a développé cette méthode pour qu'elle soit capable de prévoir la tolérance de profil de pièces ayant un indice de complexité $n \in \mathbb{R}^+$. Dans notre travail, nous nous basons sur cette méthode afin d'estimer les distributions des erreurs de profil Err_{res} du robot lors de la coupe et le réacheminement des fibres.

Le point mesuré et le point nominal sont l'extrémité de la fibre où a été réalisé le réacheminement ou la coupe. L'analyse sera donc réalisée dans le cas bidirectionnel puisque nous supposons que les déviations survenues lors du placement sont présentes dans un plan (noté U_1U_2) et dont son vecteur normal est confondu au vecteur normal de la surface OML au point étudié.

Par suite, l'erreur entre le point nominal et le point réel de la fibre sera considérée comme la conséquence de l'association d'une erreur systématique (μ_x, μ_y) et d'une erreur aléatoire (δ_x, δ_y) et sera modélisée comme suit :

$$\overrightarrow{Err_{res}} = \begin{Bmatrix} Err_{resX} \\ Err_{resY} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X_R - X_N \\ Y_R - Y_N \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mu_{U_1} + \delta_{U_1} \\ \mu_{U_2} + \delta_{U_2} \end{Bmatrix} \quad (4.12)$$

Les erreurs systématiques proviennent de sources liées au procédé de fabrication et qui peuvent être contrôlées (erreur de placement du moule, biais de contrôle, etc.). Ce sont des erreurs qui engendrent des déviations constantes et systématiques. Par contre les erreurs

aléatoires proviennent généralement de sources liées par exemple à l'usure, les vibrations, les jeux fonctionnels, le vieillissement, aux incertitudes de mesure et toute source liée au procédé étudié ainsi que son environnement et qui peut être à l'origine d'une dispersion suivant une loi de probabilité.

En considérant que les erreurs systématiques sont négligeables et d'après le théorème de la limite centrale (Montgomery et Runger, 2010), on conclut que l'accumulation des erreurs aléatoires (que nous considérons indépendantes) nous donne une variable aléatoire $\delta_i \in \mathbb{R}$ qui caractérise la déviation au niveau de la position du robot et qui suit la loi normale ($\delta_i = \overline{Err_{res}} \in N(\mu, \sigma)$) ayant comme paramètres μ_δ pour la moyenne et σ_δ^2 pour la variance. Par conséquent, la densité de probabilité de δ_i est modélisée par :

$$f(\delta_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\delta}} e^{\frac{-(\delta_i - \mu_\delta)}{2\sigma_\delta^2}} \in N(\mu_\delta, \sigma_\delta) \quad (4.13)$$

D'où la fonction de répartition de δ_i est quant à elle donnée par:

$$F(\delta_i) = \int_0^{\delta_i} f(u) du = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\delta}} \int_0^{\delta_i} e^{\frac{-(u - \mu_\delta)}{2\sigma_\delta^2}} du = \frac{1}{2} \left(1 + \operatorname{erf} \left(\frac{\delta_i - \mu_\delta}{\sigma_\delta \sqrt{2}} \right) \right) \quad (4.14)$$

Dans notre cas, nous calculons la tolérance de profil à partir de l'indice de complexité géométrique n de la pièce analysée et les caractéristiques statistiques (moyenne et variance) de la déviation d'une pièce référence dont l'indice de complexité est égal à $n_{réf} = 1$. Cette déviation δ_i , comme mentionnée précédemment, est considérée comme la variable aléatoire et dans notre cas, nous calculons la tolérance à respecter lorsque la pièce ne possède aucun degré de liberté, c'est-à-dire qu'elle est fixée suivant trois référentiels.

Dans ce cas, la norme ASME Y14.5 (2009) permet de calculer l'écart réel pour une pièce avec référentiel en multipliant le maximum des valeurs absolues d'un ensemble de déviations sur un profil par 2. Idéalement, cet écart doit être inférieur ou égal à la tolérance de profil fixée à la phase de conception.

L'ensemble de déviations sur un profil de surface est considéré comme des variables aléatoires $(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n)$ pour $n \geq 2$. La valeur de cette expression d'écart réel nous donne une nouvelle variable aléatoire que nous notons $z1$:

$$z1 = 2 \times \max(|\delta_i|) \quad (4.15)$$

Ou encore :

$$z1 = 2 \times \max(\sqrt{\delta_i^2}) \quad (4.16)$$

La formulation mathématique de la dernière équation (4.16) est simplement un artéfact mathématique qui permet l'obtention d'une formulation explicite des fonctions PDF et CDF. À partir de là, et afin de trouver la fonction de densité de la distribution (PDF) de $z1$, plusieurs changements de variables doivent être effectués. Un premier changement de variable est effectué en remplaçant δ_i^2 par x . À partir de là, en appliquant la distribution à une seule variable (Papoulis et Pillai, 2002), la fonction de densité f_x ainsi que la fonction cumulative F_x de x sont représentés par :

$$f_x(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} [f_\delta(\sqrt{x}) + f_\delta(-\sqrt{x})] = \frac{e^{\frac{-(\sqrt{x} + \mu_\delta)^2}{2\sigma_\delta^2}} \left(1 + e^{\frac{2\mu_\delta\sqrt{x}}{\sigma_\delta^2}} \right)}{2\sigma_\delta\sqrt{2\pi x}} \quad (4.17)$$

$$F_x(x) = F_\delta(\sqrt{x}) - F_\delta(-\sqrt{x}) = \frac{1}{2} \left(\operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{x} - \mu_\delta}{\sqrt{2}\sigma_\delta} \right) + \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{x} + \mu_\delta}{\sqrt{2}\sigma_\delta} \right) \right) \quad (4.18)$$

Après avoir eu la PDF et la CDF de la variable $x = \delta_i^2$, nous effectuons un nouveau changement de variable tel que $y = +\sqrt{x}$ et d'après Papoulis et Pillai (2002), la PDF f_y ainsi que la fonction cumulative CDF F_y (obtenue en intégrant f_y) de y est représentée par :

$$f_y(y) = 2yf_x(y^2) = \frac{e^{\frac{-(y+\mu_\delta)^2}{2\sigma_\delta^2}} \left(1 + e^{\frac{2\mu_\delta y}{\sigma_\delta^2}} \right)}{\sigma_\delta \sqrt{2\pi}} \quad (4.19)$$

$$F_y(y) = \int_0^y f_y(y) dy = \frac{1}{2} \left(\operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2}y + \sqrt{2}\mu_\delta}{2\sigma_\delta} \right) + \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2}y - \sqrt{2}\mu_\delta}{2\sigma_\delta} \right) \right) \quad (4.20)$$

Après avoir obtenu les fonctions PDF et CDF caractérisant la distribution de $y = +\sqrt{x} = +\sqrt{\delta_i^2}$ et pour représenter la PDF ainsi que la CDF de la nouvelle variable $\max(y)$, nous utilisons les équations des extrêmes introduites précédemment. En posant $k = n$ tel que n représente le rang suivant lequel nous obtenons la valeur maximale de y . À partir des équations (4.4) et (4.5) du maxima, les PDF $f_{\max}(y)$ et CDF $F_{\max}(y)$ de $\max(y)$ au niveau du rang n sont représentés par :

$$f_{\max}(y, n) = nF^{n-1}(y)f_y(y) \quad (4.21)$$

$$F_{\max}(y, n) = [F_y(y)]^n \quad (4.22)$$

En remplaçant l'expression de f_y (4.19) et de F_y dans l'équation de $f_{\max}(y, n)$, on obtient :

$$f_{\max}(y, n) = \frac{n}{2^{n-0.5} \sigma_\delta \sqrt{\pi}} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2}y + \sqrt{2}\mu_\delta}{2\sigma_\delta} \right) + \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2}y - \sqrt{2}\mu_\delta}{2\sigma_\delta} \right) \right]^{n-1} \left[e^{\frac{-(y+\mu_\delta)^2}{2\sigma_\delta^2}} \left(1 + e^{\frac{2\mu_\delta y}{\sigma_\delta^2}} \right) \right] \quad (4.23)$$

Tahan et Levesque (2009b) ont validé ce modèle et ont aussi démontré que le rang n peut être utilisé pour caractériser le degré de complexité géométrique. Ce résultat nous permettra

donc d'interpoler au extrapoler la distribution des déviations d'une nouvelle pièce ayant un indice de complexité n à partir de la distribution des déviations d'une pièce référence.

Enfin, en se référant encore à Papoulis et Pillai (2002), nous utiliserons la transformation linéaire de la forme $y = \alpha x + \beta$ afin de déduire l'expression de la tolérance de profil z_1 .

Cette transformation nous donne :

$$f_{z_1}(z_1) = \frac{1}{|\alpha|} f_y\left(\frac{z_1 - \beta}{\alpha}\right) \quad (4.24)$$

Par suite, et pour $\alpha = 2$ et $\beta = 0$ on obtient l'expression finale de la fonction de densité de distribution de la tolérance de profil z_1 :

$$f_{z_1}(z_1, n) = \frac{n}{\sigma_{\delta_i} \sqrt{\pi} 2^{n+0.5}} \left[\operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2} \frac{z_1}{2} + \sqrt{2} \mu_{\delta_i}}{2\sigma_{\delta_i}}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2} \frac{z_1}{2} - \sqrt{2} \mu_{\delta_i}}{2\sigma_{\delta_i}}\right) \right]^{n-1} \left[e^{\frac{-(\frac{z_1}{2} + \mu_{\delta_i})^2}{2\sigma_{\delta_i}^2}} \left(1 + e^{\frac{2\mu_{\delta_i} \frac{z_1}{2}}{\sigma_{\delta_i}^2}} \right) \right] \quad (4.25)$$

Pour plus de détails sur le développement de ce modèle probabiliste, nous référons le lecteur aux travaux de Tahan et Levesque (2009b) ainsi que Lépine (2014) dont les travaux nous ont inspiré pour le développement d'un programme *MATLAB*[®] afin de modéliser la distribution de la densité de probabilité de z_1 en variant soit l'indice de complexité n soit les caractéristiques statistiques $(\mu_{\delta}, \sigma_{\delta})$ de la distribution des déviations δ_i de la pièce référence.

4.2.3 Estimation de la tolérance de profil pour des nouvelles pièces à partir de leur indice de complexité

À partir du programme *MATLAB*[®] développé, nous avons été en mesure d'illustrer la fonction f_{z_1} (équation 4.25) ainsi que sa fonction de répartition CDF qui a été évaluée en intégrant numériquement f_{z_1} . Et qui nous a permis d'estimer les percentiles $\hat{x}_{50\%}$ et $\hat{x}_{99.865\%}$.

Ci-dessous, les Figures 4.2 et 4.3 modélisent les PDFs et CDFs de z_1 lorsqu'on varie les caractéristiques statistiques $(\mu_\delta, \sigma_\delta)$ avec l'indice n fixe tandis que les Figures 4.4 et 4.5 illustrent les PDFs et CDFs de z_1 en fixant la moyenne et l'écart type de la distribution de δ_i tel que $f(\delta_i) \sim N(0,1)$ et en variant l'indice de complexité n .

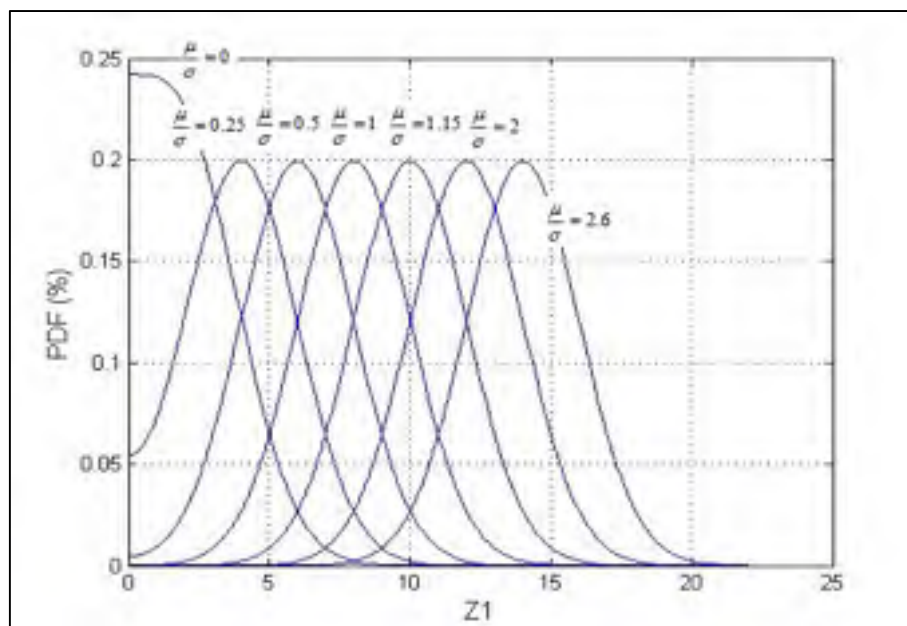


Figure 4.2 PDF de z_1 en variant μ et σ et en fixant la complexité $n = 10$

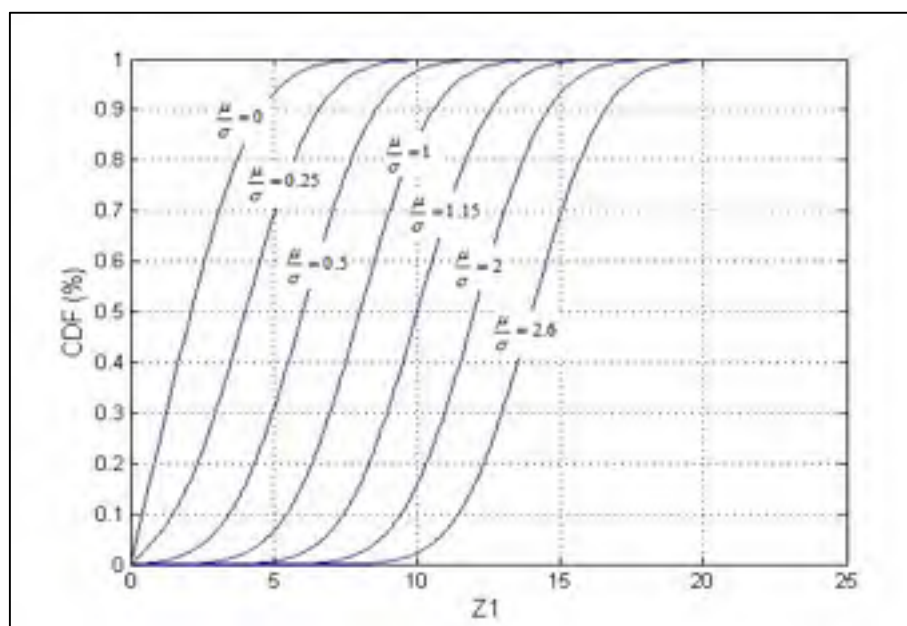


Figure 4.3 CDF de z_1 en variant μ et σ et en fixant la complexité n

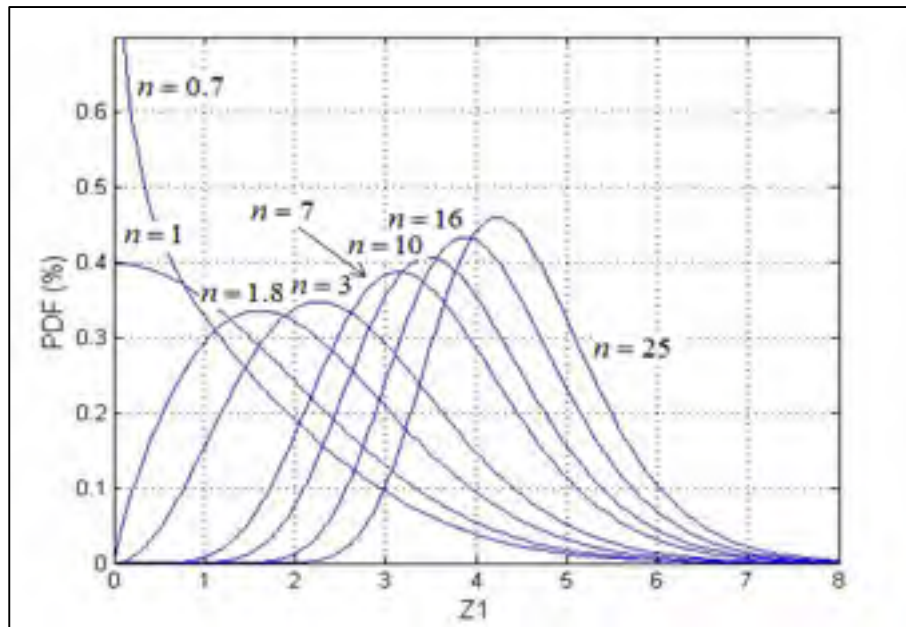


Figure 4.4 PDF de z_1 en variant La complexité n et en fixant μ_δ et σ_δ tel que $f(\delta_i) \square N(0,1)$

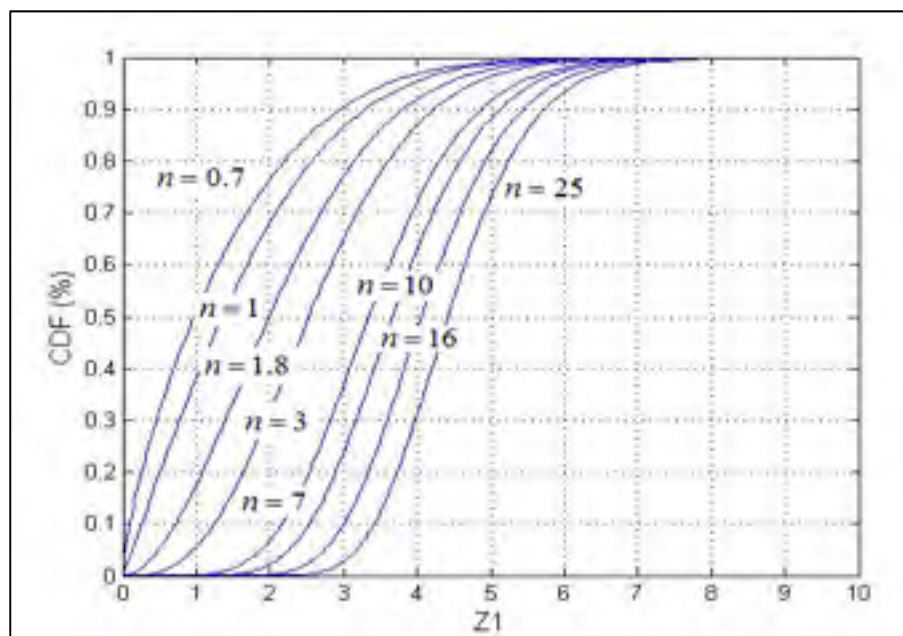


Figure 4.5 CDF de z_1 en variant La complexité n et en fixant μ_δ et σ_δ tel que $f(\delta_i) \square N(0,1)$

Une fois ces percentiles identifiés et pour un indice de capabilité donné \hat{C}_{pk} , nous sommes capables de calculer la tolérance de profil à appliquer de la pièce à fabriquer en utilisant l'équation (1.9) puisque les densités de probabilités obtenues sont unilatérales. La Figure 4.6 représente quatre exemples de l'identification de la tolérance de profil en fonction de la complexité géométrique et pour quatre indices de capabilité du procédé de fabrication.

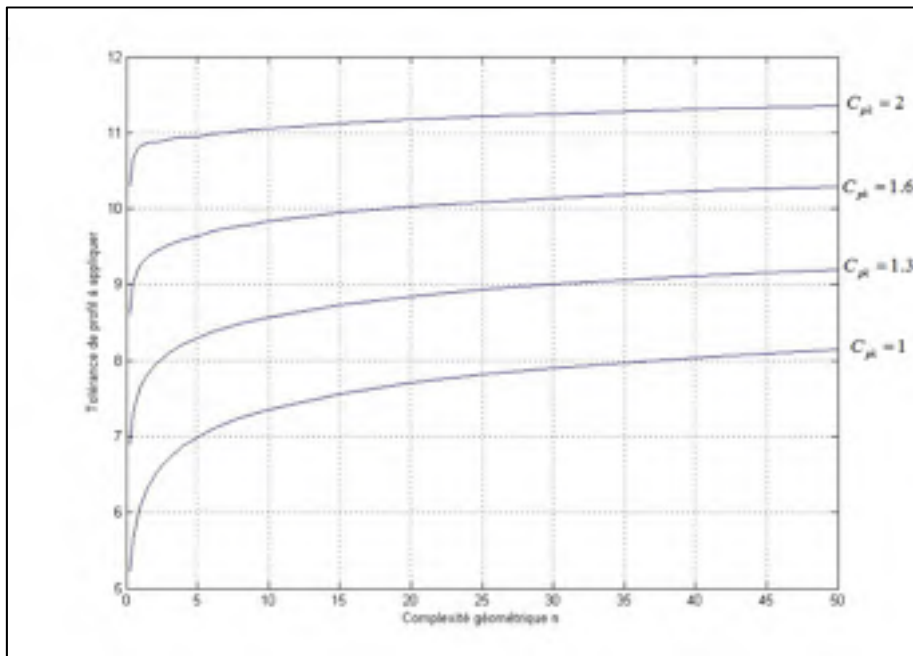


Figure 4.6 Tolérance de profil à appliquer en fonction de \hat{C}_{pk} et la complexité n pour $\delta_i \sim N(0,1)$

De plus, et à partir de la PDF de z_1 et de l'estimation de sa CDF, nous avons été en mesure de mettre en place des abaques adimensionnels qui vont permettre l'identification des percentiles de la distribution de z_1 pour plusieurs valeurs des caractéristiques statistiques $(\mu_\delta, \sigma_\delta)$ et de l'indice de complexité n . Les abaques permettant l'identification de $\hat{x}_{50\%}$ sont modélisés dans le Tableau 4.1 tandis que celles permettant l'identification de $\hat{x}_{99.865\%}$ sont représentés dans le Tableau 4.2.

Tableau 4.1 Abaques adimensionnels des percentiles $\hat{x}_{50\%}$ pour f_{z1}

$\hat{x}_{50\%}$		$\frac{\mu}{\sigma}$										
		0	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2	2,25	2,5
<i>n</i>	0,25	0,16	0,16	0,18	0,21	0,26	0,35	0,48	0,70	1,03	1,46	1,94
	0,5	0,64	0,66	0,72	0,84	1,03	1,32	1,70	2,16	2,65	3,15	3,65
	0,75	1,04	1,07	1,17	1,36	1,65	2,03	2,49	2,98	3,47	3,97	4,47
	1	1,35	1,39	1,52	1,76	2,10	2,53	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00
	1,25	1,59	1,64	1,80	2,06	2,44	2,89	3,37	3,87	4,37	4,87	5,37
	1,5	1,79	1,85	2,02	2,31	2,71	3,17	3,66	4,16	4,66	5,16	5,66
	1,75	1,96	2,02	2,21	2,52	2,93	3,40	3,89	4,39	4,89	5,39	5,89
	2	2,10	2,17	2,37	2,69	3,12	3,59	4,09	4,59	5,09	5,59	6,09
	2,5	2,34	2,41	2,63	2,98	3,42	3,90	4,40	4,90	5,40	5,90	6,40
	3	2,53	2,60	2,84	3,20	3,65	4,14	4,64	5,14	5,64	6,14	6,64
	4	2,81	2,90	3,16	3,54	4,00	4,50	4,99	5,49	5,99	6,49	6,99
	5	3,03	3,12	3,39	3,79	4,26	4,76	5,26	5,76	6,26	6,76	7,26
	6	3,20	3,30	3,58	3,99	4,47	4,96	5,46	5,96	6,46	6,96	7,46
	7	3,34	3,45	3,74	4,16	4,63	5,13	5,63	6,13	6,63	7,13	7,63
	8	3,47	3,57	3,87	4,29	4,77	5,27	5,77	6,27	6,77	7,27	7,77
	9	3,57	3,68	3,98	4,41	4,89	5,39	5,89	6,39	6,89	7,39	7,89
	10	3,66	3,77	4,08	4,52	5,00	5,50	6,00	6,50	7,00	7,50	8,00
	15	4,00	4,13	4,45	4,90	5,39	5,89	6,39	6,89	7,39	7,89	8,39
	20	4,24	4,37	4,71	5,16	5,65	6,15	6,65	7,15	7,65	8,15	8,65
	25	4,41	4,54	4,89	5,35	5,84	6,34	6,84	7,34	7,84	8,34	8,84
	30	4,55	4,69	5,04	5,50	6,00	6,50	7,00	7,50	8,00	8,50	9,00
	40	4,67	4,81	5,17	5,63	6,12	6,62	7,12	7,62	8,12	8,62	9,12
	50	4,76	4,91	5,27	5,74	6,23	6,73	7,23	7,73	8,23	8,73	9,23

Tableau 4.2 Abaques adimensionnels des percentiles $\hat{x}_{99,865\%}$ pour f_{z1}

$\hat{x}_{99,865\%}$		$\frac{\mu}{\sigma}$										
		0	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2	2,25	2,5
n	0,25	5,23	5,39	5,77	6,24	6,74	7,24	7,73	8,23	8,73	9,23	9,72
	0,5	5,65	5,82	6,22	6,70	7,19	7,69	8,19	8,69	9,19	9,69	10,19
	0,75	5,91	6,08	6,49	6,97	7,47	7,97	8,47	8,96	9,47	9,96	10,47
	1	6,09	6,26	6,67	7,16	7,66	8,15	8,65	9,15	9,65	10,15	10,65
	1,25	6,22	6,40	6,81	7,30	7,80	8,30	8,80	9,30	9,80	10,3	10,8
	1,5	6,33	6,51	6,93	7,41	7,91	8,41	8,91	9,41	9,91	10,41	10,91
	1,75	6,42	6,60	7,02	7,51	8,01	8,50	9,00	9,50	10,00	10,51	11,01
	2	6,49	6,68	7,10	7,59	8,09	8,58	9,08	9,58	10,08	10,58	11,08
	2,5	6,62	6,80	7,23	7,72	8,22	8,72	9,22	9,72	10,22	10,72	11,22
	3	6,72	6,91	7,34	7,83	8,32	8,82	9,32	9,82	10,32	10,82	11,32
	4	6,88	7,07	7,40	7,99	8,49	8,99	9,49	9,99	10,49	10,99	11,49
	5	6,98	7,19	7,63	8,12	8,62	9,12	9,62	10,12	10,62	11,12	11,62
	6	7,09	7,29	7,73	8,22	8,72	9,22	9,72	10,22	10,43	11,22	11,72
	7	7,17	7,37	7,81	8,30	8,80	9,29	9,80	10,30	10,80	11,30	11,80
	8	7,24	7,44	7,88	8,38	8,88	9,38	9,88	10,38	10,87	11,37	11,87
	9	7,30	7,51	7,95	8,44	8,94	9,44	9,94	10,44	10,94	11,44	11,94
	10	7,36	7,56	8,00	8,50	9,00	9,50	10,00	10,49	10,99	11,49	12,00
	15	7,56	7,77	8,22	8,71	9,21	9,71	10,21	10,71	11,21	11,71	12,21
	20	7,70	7,92	8,36	8,86	9,36	9,86	10,36	10,86	11,36	11,86	12,36
	25	7,81	8,03	8,47	8,97	9,47	9,97	10,47	10,97	11,47	11,97	12,47
	30	7,90	8,06	8,57	9,06	9,56	10,06	10,56	11,06	11,56	12,06	12,56
	40	8,04	8,26	8,71	9,20	9,70	10,20	10,70	11,20	11,70	12,20	12,70
	50	8,14	8,36	8,82	9,31	9,81	10,31	10,81	11,31	11,81	12,31	12,81

4.3 Exemple d'application

Comme exemple d'application du modèle probabiliste développé, nous supposons que la complexité géométrique est liée entièrement au nombre de sections lors du placement des fibres. Celui-ci caractérise le nombre de fois que le robot se remet en parallèle avec son axe de placement. En effet, en plaçant les fibres suivant un angle (direction) donné et pour une pièce qui change de géométrie, le robot ne respecte pas son axe de placement (Angle de placement) et une déviation angulaire peut se manifester au fur et à mesure. Cette déviation est nécessaire pour garantir l'adhésivité de la fibre sur le moule (comme le rayon de *steering*)

et elle ne doit pas dépasser une limite qui constitue la tolérance à respecter et qui est fixée lors de l'élaboration du programme de placement. À chaque fois, que la valeur de la déviation angulaire atteint cette tolérance, le robot se remet parallèlement à l'axe de placement. La Figure 4.7 représente un exemple des contours des sections lors de la simulation du placement de fibre sur une de nos pièces suivant l'angle de placement 0° .

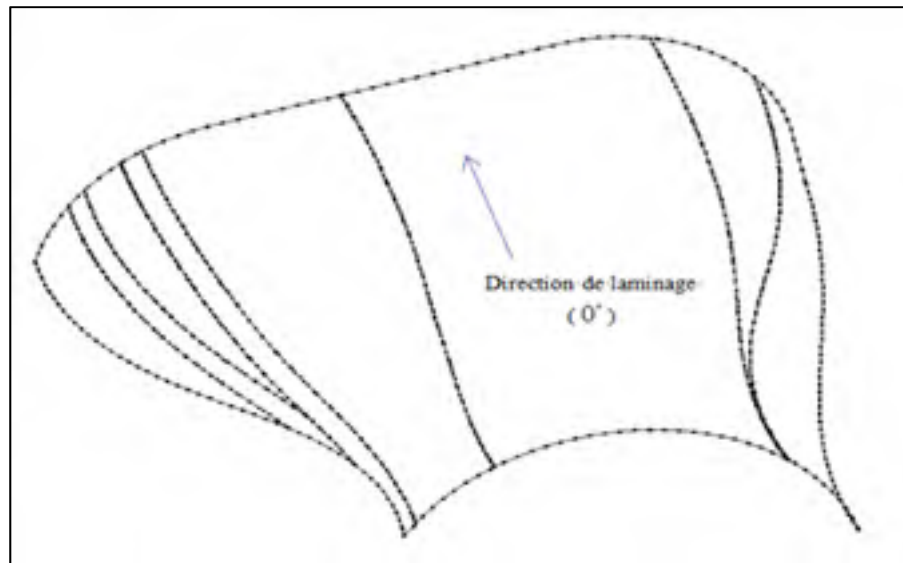


Figure 4.7 Contours des sections sur un pli d'une pièce

Le nombre de sections modélise donc le nombre d'occurrences que le robot s'est replacé suivant l'axe emportant la direction théorique de placement. Par conséquent, nous considérons que plus un pli possède de sections, plus il est complexe à laminier. Dans notre cas, une pièce finie comporte quatre plis superposés, la complexité de chacune des pièces est égale à la somme du nombre total de sections de chaque pli que nous notons $N_{Sections}$ suivant les quatre directions de placement (0° , 45° , -45° et 90°) :

$$G = N_{Sections_{0^\circ}} + N_{Sections_{45^\circ}} + N_{Sections_{-45^\circ}} + N_{Sections_{90^\circ}} \quad (4.26)$$






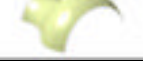
À partir de la simulation de placement de fibres pour chacune des six pièces conçues précédemment (Figure 3.4), nous avons récupéré le nombre de sections pour chaque pli

déposé. Ensuite, et afin de normaliser notre indice de complexité, nous avons choisi une pièce pour qu'elle soit notre pièce référence. À partir de là, nous avons divisé le nombre total de sections de chaque pièce par le nombre total de sections de notre référence et nous avons été en mesure, à partir de l'équation 3.39 d'avoir notre indice de complexité adimensionnel n tel que :

$$n = \frac{G_{\text{pièce}}}{G_{\text{référence}}} \quad (4.27)$$

Le Tableau 4.3 représente le nombre de sections suivant chaque direction de placement ainsi que la métrique G de chaque pièce et son indice normalisé n .

Tableau 4.3 Nombre de sections par pièce et indice de complexité correspondant

Nombre de sections	$N_{\text{Sections}_{0^\circ}}$	$N_{\text{Sections}_{45^\circ}}$	$N_{\text{Sections}_{-45^\circ}}$	$N_{\text{Sections}_{90^\circ}}$	G	n
	48	12	13	5	78	7,8
 (Référence)	3	3	3	1	10	1
	8	7	7	1	23	2,3
	44	18	14	2	78	7,8
	2	2	2	1	7	0,7
	7	5	5	1	18	1,8

Une fois l'indice de complexité n établi et calculé pour chaque pièce, nous avons été capables de dresser une échelle qui nous a permis de classer nos pièces en fonction de leur indice de complexité. Cette échelle est représentée dans la Figure 4.8.

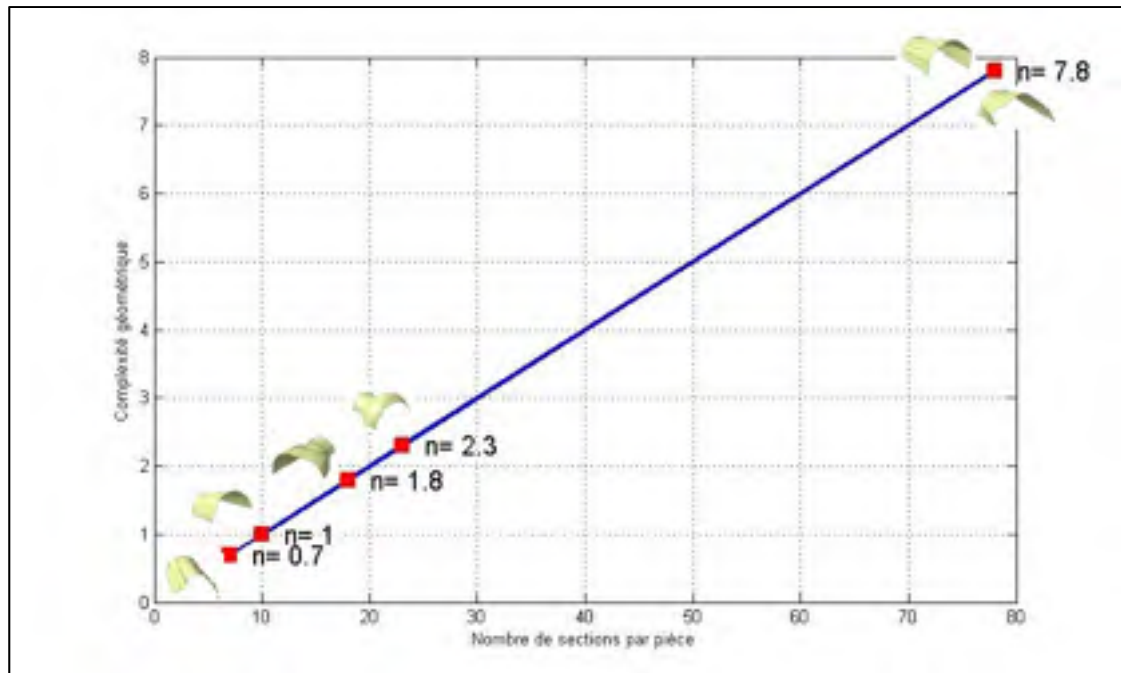









Figure 4.8 Complexité géométrique en fonction du nombre de sections

Après avoir quantifié la complexité de chaque pièce, et à partir des caractéristiques statistiques données $(\mu_{\delta}, \sigma_{\delta})$ de la déviation δ_i de notre pièce référence, nous sommes capables de chercher les distributions de densité de probabilité $z1$ des autres pièces lorsqu'elles sont placées sans degrés de liberté en utilisant l'équation de densité de probabilité développée précédemment (Équation 4.25). À partir de cette équation, et en utilisant les données statistiques des déviations de la pièce référence ainsi que l'indice de complexité de la pièce à analyser, nous sommes en mesure de trouver les percentiles $\hat{x}_{50\%}$ et $\hat{x}_{99.865\%}$.

Afin d'identifier ces percentiles, nous avons utilisé les abaques adimensionnels introduits précédemment (Tableau 4.1 et 4.2). Une fois ces percentiles identifiés, et en fixant l'indice de capabilité C_{pk} , nous sommes capable de chercher la tolérance à respecter à partir de l'équation (1.9).

Dans notre exemple, si on considère si la déviation δ_i de la pièce référence a comme moyenne $\mu_\delta = 0$ et comme écart type $\sigma_\delta = 1$, et pour un indice de capabilité du procédé $C_{pk} = 1.33$, nous pouvons déterminer les valeurs des percentiles $\hat{x}_{50\%}$, $\hat{x}_{99.865\%}$ à partir des abaques adimensionnels dans les Tableau 4.1 et 4.2 et ainsi calculer la valeur de la limite de tolérance pour toutes les pièces à partir de l'équation 1.9. Les résultats sont représentés dans le Tableau 4.4.

Tableau 4.4 Calcul de la limite de tolérance en fonction de la capabilité du procédé et de la complexité des pièces

Pièce	1	Référence	3	4	5	6
						
n	7.8	1	1.8	7.8	0.7	2.3
μ_δ	0.00					
σ_δ	1.00					
C_{pk}	1,33					
$\hat{x}_{50\%}$	3.47	1.35	1.96	3.47	1.04	2.34
$\hat{x}_{99.865\%}$	7.24	6.09	6.42	7.24	5.91	6.62
LTS	8.48	7.65	7.89	8.48	7.51	8.03

CHAPITRE 5

CAS D'ÉTUDES : COMPLEXITÉ GÉOMÉTRIQUE DES PIÈCES FABRIQUÉES AVEC LE PROCÉDÉ AFP

Après avoir présenté le modèle probabiliste basé sur les statistiques d'ordre permettant d'estimer, à partir d'une pièce référence, les caractéristiques statistiques de la distribution des déviations d'une pièce ayant un indice de complexité géométrique et après avoir établi le modèle liant la complexité géométrique et la capabilité du procédé, nous présentons dans ce chapitre les différentes démarches que nous avons appliqué afin d'identifier la métrique finale qui caractérise le mieux la complexité géométrique d'une pièce fabriquée par le procédé AFP. Ensuite, nous appliquons le modèle probabiliste et le lien établi entre la complexité et la capabilité développé dans le chapitre précédent afin d'estimer la tolérance de profil à assigner à une nouvelle pièce ayant son propre indice de complexité.

Afin de déterminer la métrique finale qui caractérise la complexité géométrique des pièces fabriquées par le procédé AFP, nous identifions tout d'abord les correspondants des points inspectés pour un pli réel, et ce, suivant les quatre directions de laminage (0° , 45° , -45° et 90°). Ensuite, nous calculons chaque métrique globale candidate au niveau des correspondants des points inspectés sur le maillage. Il est important de rappeler au lecteur que la métrique globale candidate représente le cumul de la métrique locale pondérée par la distance parcourue du robot. Ce cumul est calculé à partir du point de départ de laminage (réacheminement de la fibre) jusqu'au point d'arrivée du robot (coupe de la fibre). Une fois ces métriques calculées, nous comparons leurs distributions avec la distribution des erreurs de profil enregistrées lors de l'inspection des points de coupe et de réacheminement. La distribution de la métrique ayant le plus grand coefficient de corrélation linéaire *Pearson* avec la distribution des erreurs de profil suivant les quatre directions de laminage sera choisie comme étant la métrique finale.

Une fois la métrique finale choisie, celle-ci est calculée sur toutes les autres pièces conçues et nous établissons ainsi la somme de sa distribution pour chaque pièce dans le but d'avoir un seul nombre qui caractérise la complexité géométrique. Ensuite, pour chaque pièce étudiée, nous effectuons une normalisation de cette métrique en la divisant par l'indice de complexité de la pièce référence (comme déjà décrit dans le CHAPITRE 4) et nous sommes ainsi en mesure d'avoir une échelle qui permet de classer les pièces fabriquées par le procédé AFP suivant leur complexité géométrique. Finalement, cet indice est introduit dans le modèle probabiliste développé pour estimer la tolérance de profil à appliquer aux nouvelles pièces.

5.1 Correspondance du nuage de points d'inspection avec les sommets du maillage de la pièce référence

Comme présenté précédemment, les métriques candidates sont calculées sur le maillage de la pièce en effectuant le cumul de chaque métrique locale à partir du sommet du maillage représentant le point de départ jusqu'au sommet du maillage représentant le point d'arrivée. Par conséquent, et avant de calculer ces métriques, nous identifions les sommets du maillage qui correspondent aux points de départ et d'arrivée. Ces points de réacheminement et de coupe des fibres représentent aussi les points inspectés.

5.1.1 Méthode de l'enveloppe convexe

Pour trouver les correspondants exacts des points inspectés sur le maillage, nous utilisons une méthode qui permet la recherche des points les plus proches (voisins) des coordonnées des points inspectés sur un maillage. Cette méthode est basée sur l'algorithme de «l'enveloppe rapide»¹² pour l'établissement des «enveloppes convexes»¹³(Barber, Dobkin et Huhdanpaa, 1996). La méthode des enveloppes convexes permet d'assigner les régions d'un nuage de points à leurs correspondants sur une surface conçue. Elle consiste à définir le plus petit

¹² De l'anglais «*Quickhull*»

¹³ De l'anglais «*Convex Hulls*»

volume capable de contenir une surface ainsi que la plus petite enveloppe permettant d'englober le nuage de points.

Généralement, une surface est constituée d'un ensemble de régions qui peuvent être planes, concaves ou convexes. Par conséquent, l'enveloppe contenant cette surface est constituée d'un ensemble de triangles dont l'aire dépend de la nature de la région qu'il représente. En effet, les plus grands triangles représentent les régions concaves tandis que les petits triangles contiennent les régions convexes et planes (Biradar et Pande, 2015). L'ensemble de ces petits triangles est en effet appelé l'enveloppe convexe. Un exemple d'une enveloppe convexe constitué de triangles pour une surface libre est représenté dans la Figure 5.1. Le même exercice est appliqué au nuage de points en constituant la plus petite enveloppe constituée de triangles englobant ces points.

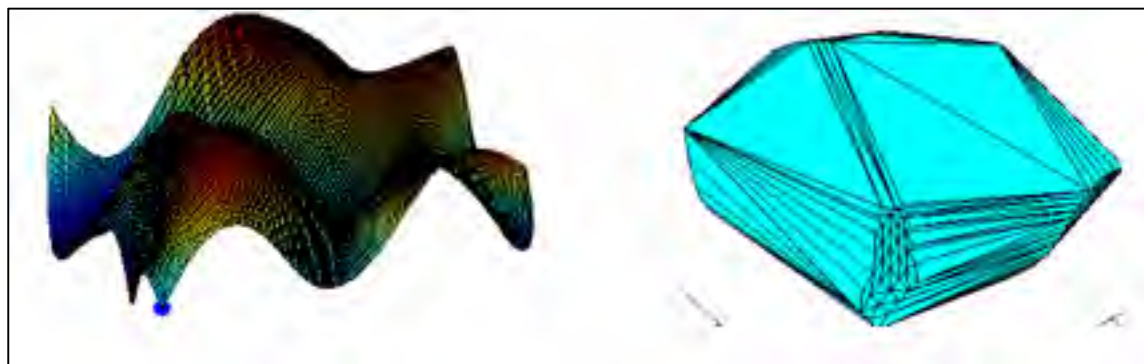


Figure 5.1 Exemple d'une surface libre «*free-form*» et son enveloppe convexe correspondante. Tiré de Biradar et Pande (2015)

Une fois l'enveloppe convexe pour les sommets du maillage de la pièce ou pour le nuage de points représentant son inspection est modélisée, les triangles constituant les deux enveloppes sont comparés afin de trouver le triangle sur le maillage et son correspondant sur le nuage de point. Cette correspondance de triangles est réalisée en effectuant une comparaison de leurs propriétés géométriques à savoir l'aire, l'angle entre les vecteurs normaux, le ratio des côtés reliant les sommets (Fan *et al.*, 2016).

Après avoir identifié les paires de triangles correspondants des sommets du maillage et des données d'inspection, une identification des paramètres de transformation est réalisée et qui consiste à déterminer les matrices de translation, de rotation et d'échelle permettant l'alignement des deux ensembles de points. Ensuite, une optimisation de ces paramètres est réalisée afin de minimiser la distance euclidienne entre les sommets de chaque paire de triangles correspondants.

5.1.2 Choix de la méthode de correspondance des paires de points

Pour choisir la méthode optimale de correspondance à appliquer, nous considérons la possibilité d'utiliser une méthode très courante dans les procédures de correspondances de deux ensembles de points. Cette méthode est l'algorithme itératif du point le plus proche : *ICP*¹⁴. Cette méthode a été développée par Besl et McKay (1992) et permet la réalisation du même objectif que la méthode basée sur l'enveloppe convexe qui n'est autre que la correspondance de deux ensembles de points. L'algorithme *ICP* est basé sur la multiplication des itérations pour l'optimisation des matrices de transformations (rotation, translation et échelle) jusqu'à convergence de la moyenne quadratique de la distance euclidienne entre les deux ensembles de points vers une valeur minimale que nous appelons l'erreur de correspondance.

Pour notre correspondance du nuage de points représentant les points d'inspections avec les sommets du maillage de la pièce inspectée, nous avons choisi d'utiliser la méthode basée sur l'enveloppe convexe puisqu'elle représente plusieurs avantages par rapport à la méthode *ICP*. En effet, la méthode de l'enveloppe convexe est simple et rapide. De plus, nous avons appliqué les deux méthodes pour la correspondance des sommets du maillage de notre pièce référence avec les données d'inspections enregistrées lors de l'inspection des plis suivant les quatre directions (0° , 45° , -45° et 90°). La comparaison des deux méthodes nous a donné de meilleurs résultats pour la méthode de l'enveloppe convexe puisque les matrices de

¹⁴ De l'anglais *ICP: Iterative Closest Point*

transformations de cette méthode ont permis d'avoir des distances euclidiennes maximales entre les sommets du maillage et les points d'inspection inférieures à celles trouvées lors de l'application de la méthode *ICP*. Les histogrammes des distances euclidiennes ainsi que les commandes utilisées pour l'application des deux méthodes sont détaillés dans l'Annexe I. Ci-dessous, le Tableau 5.1 récapitule les distances euclidiennes maximales enregistrées lors de l'application des deux méthodes pour les quatre directions de placement des fibres.

Tableau 5.1 Distance maximale entre les points d'inspection et leurs correspondants

<i>Direction de laminage</i>	0°	45°	-45°	90°
$d_{\max_{CH}}(p_i, q_i)$	$0.14987 po$	$0.14798 po$	$0.14854 po$	$0.14704 po$
$d_{\max_{ICP}}(p_i, q_i)$	$0.15289 po$	$0.14822 po$	$0.15113 po$	$0.21121 po$

Ou :

- ✓ p_i représente les points inspectés.
- ✓ q_i représente les sommets du maillage de la pièce référence correspondant aux points inspectés.
- ✓ $d_{\max_{CH}}(p_i, q_i)$ représente la distance euclidienne maximale entre les points inspectés et leurs correspondants sur le maillage de la pièce référence suivant la méthode de l'enveloppe convexe.
- ✓ $d_{\max_{ICP}}(p_i, q_i)$ représente la distance euclidienne maximale entre les points inspectés et leurs correspondants sur le maillage de la pièce référence suivant la méthode ICP.

D'autre part, notons que la largeur d'une bande constituée de 16 fibres est égale à $4 po$. Par conséquent, une fibre a une largeur de $\frac{4po}{16} = 0.25 po$ ($6.35 mm$). Notre méthode de correspondance, basée sur l'enveloppe convexe, contient une erreur maximale égale à $0.15 po$ (distance euclidienne maximale entre un point inspecté et son correspondant sur le

maillage). Par conséquent, dans la suite du mémoire, lors de l'application de la correspondance des points inspectés par rapport aux sommets du maillage de la pièce référence, et puisqu'un point inspecté représente un bout de fibre, nous considérerons que nous sommes susceptibles d'avoir une erreur de correspondance tel qu'on assigne un point à la fibre d'à côté.

5.2 Identification de la métrique finale caractérisant la complexité géométrique

5.2.1 Analyse géométrique de la pièce référence

Après avoir introduit la méthode que nous avons utilisée pour réaliser la correspondance des sommets du maillage de la pièce référence avec le nuage des points inspectés suivant les quatre directions de placement de fibres, nous avons effectué l'analyse géométrique présentée dans le CHAPITRE 2 sur notre pièce. Nous avons donc calculé les courbures moyennes et gaussiennes ainsi que les courbures principales et leurs directions, et ce, au niveau de chaque sommet du maillage de la pièce référence. La distribution des courbures moyennes et gaussiennes est représentée dans la Figure 5.2.

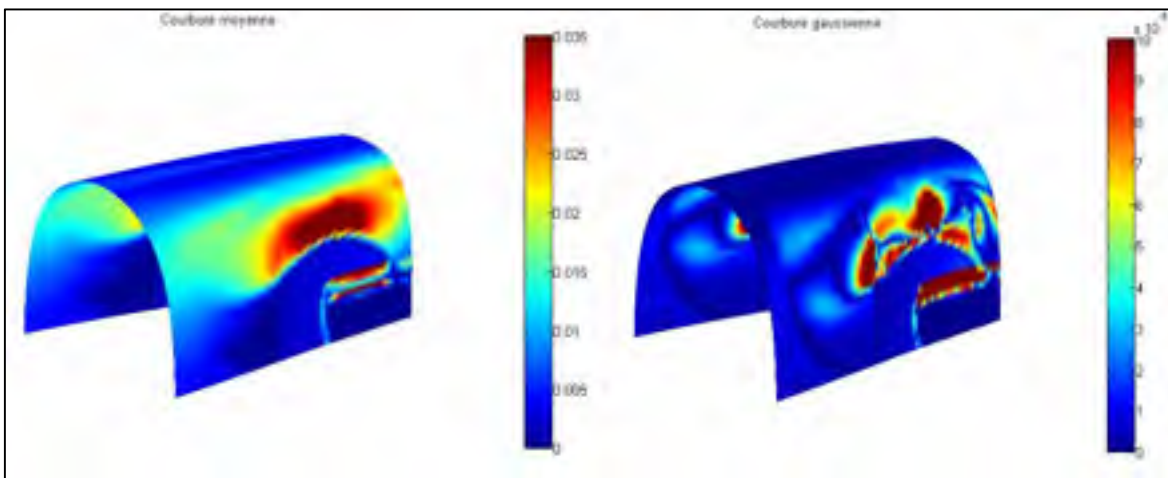


Figure 5.2 Représentation de la distribution de la courbure gaussienne et moyenne locale sur la pièce référence (po^{-1})

Les distributions des courbures principales (minimales et maximales) sont représentées dans la Figure 5.3.

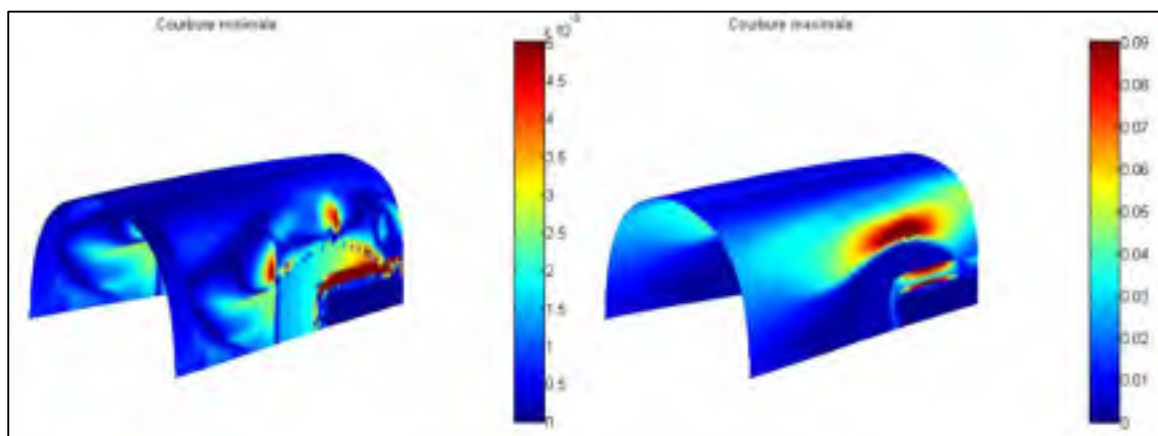


Figure 5.3 Représentation de la distribution des courbures principales locale sur la pièce référence (po^{-1})

Les directions principales suivant lesquelles les courbures sont minimales et maximales sont quant à elles représentées dans la Figure 5.4 (directions minimales) et la Figure 5.5 (directions maximales).

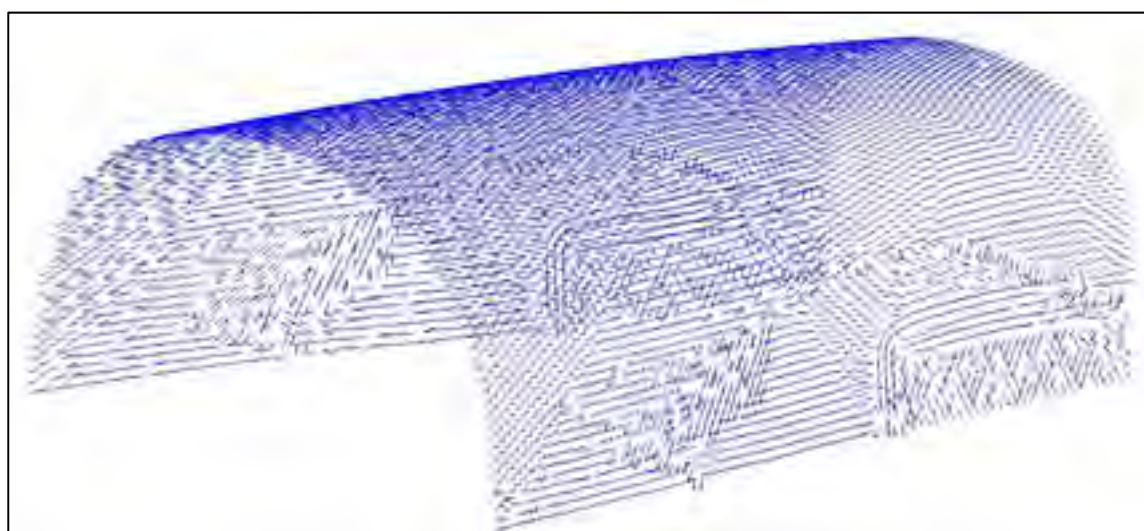


Figure 5.4 Représentation de la distribution des directions principales minimales

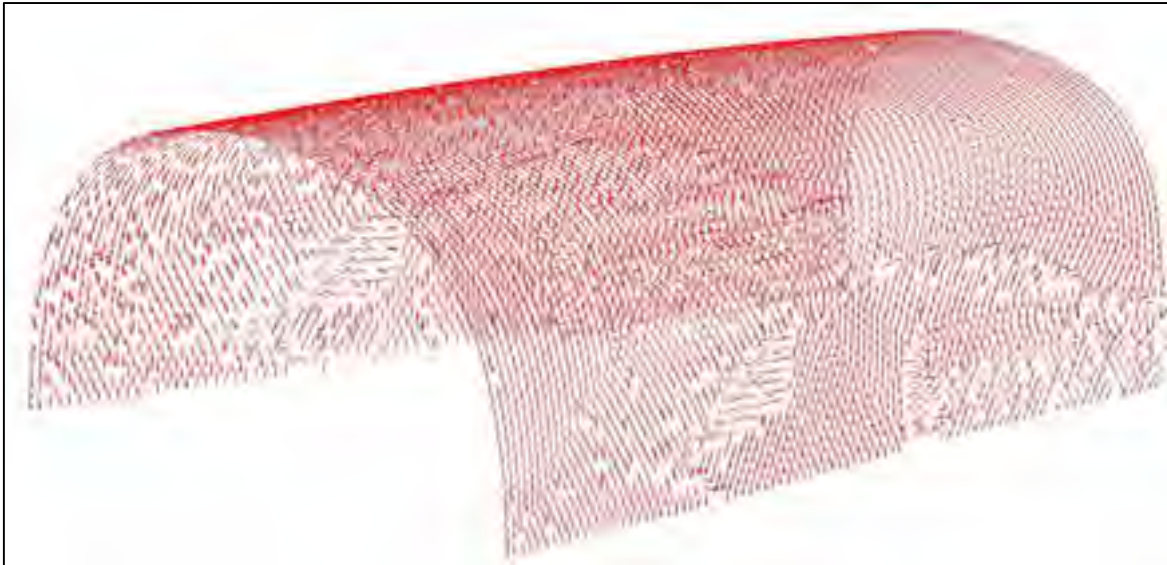


Figure 5.5 Représentation de la distribution des directions principales maximales

Ensuite, et à partir de la conception de placement des fibres suivant les quatre directions, nous avons calculé l'écart entre le chemin géodésique et le parcours du robot réel des fibres entre chaque point de départ et point d'arrivée de laminage. À partir de là, les écarts entre les deux chemins ont été calculés et modélisés pour les plis réels de notre pièce référence. La Figure 5.6 représente ces écarts sur les fibres dont les bouts (point de coupe et point de réacheminement) ont été inspectés, ce qui explique l'absence de la représentation de quelques fibres sur la figure.

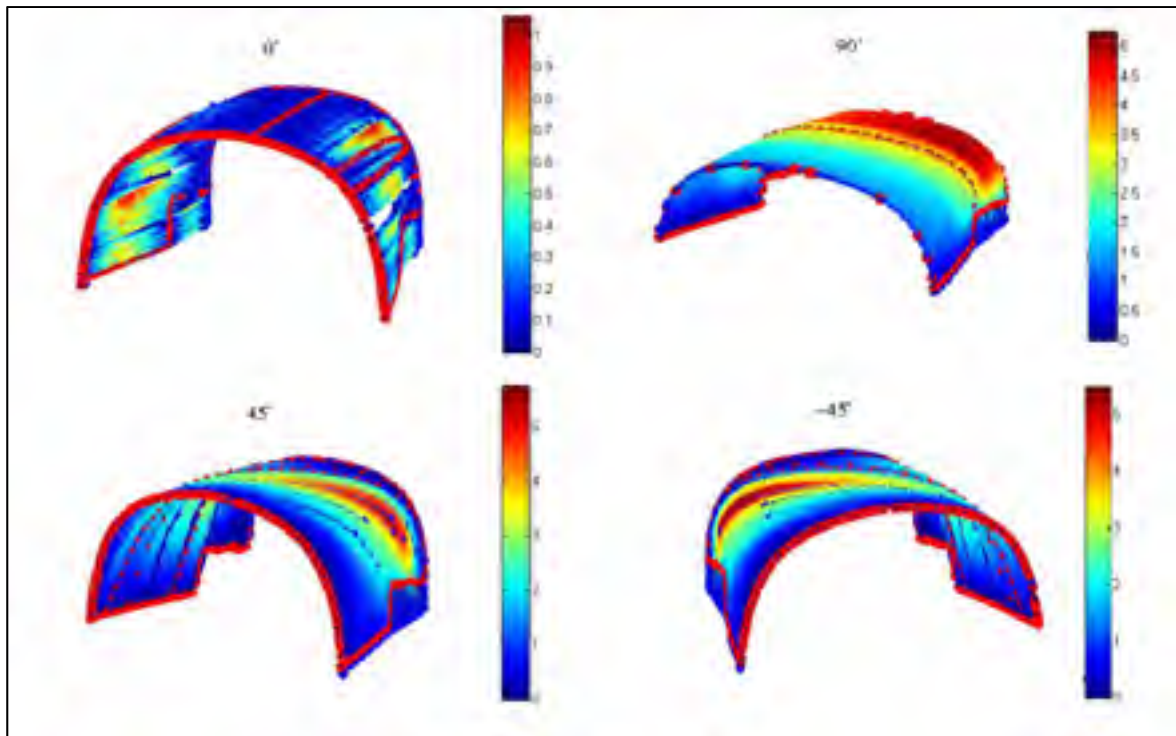


Figure 5.6 Modélisation de l'écart local entre le chemin géodésique et le parcours du robot

5.2.2 Mise en place de la métrique finale

Après avoir établi l'analyse géométrique de notre pièce référence, nous avons utilisé l'algorithme de l'enveloppe convexe afin de trouver les correspondants des points des lignes de construction des fibres sur le maillage. Cette tâche a été effectuée afin d'assigner, à chaque point de la ligne de construction, ses caractéristiques géométriques correspondantes (courbure, directions principales,...). Une fois les caractéristiques géométriques compilées sur les points des lignes de construction des fibres, nous avons importé, pour chaque direction de placement, un pli qui a été fabriqué réellement chez notre partenaire industriel. Ensuite, nous avons effectué la correspondance entre les points inspectés et les points de départ et d'arrivée des correspondants des points des lignes de construction de fibres sur le maillage de notre pièce.

En identifiant les fibres dont les bouts ont été inspectés et en ayant les caractéristiques géométriques de chaque point de construction de chacune de fibres, nous avons été en mesure de calculer les métriques candidates locales pour ensuite en déduire les métriques candidates globales correspondantes à chaque point inspecté.

La figure 5.7 modélise le processus qui nous a permis de calculer les métriques sur la pièce référence. Notons que toutes les correspondances ont été réalisées en utilisant l'algorithme de l'enveloppe convexe introduit précédemment.

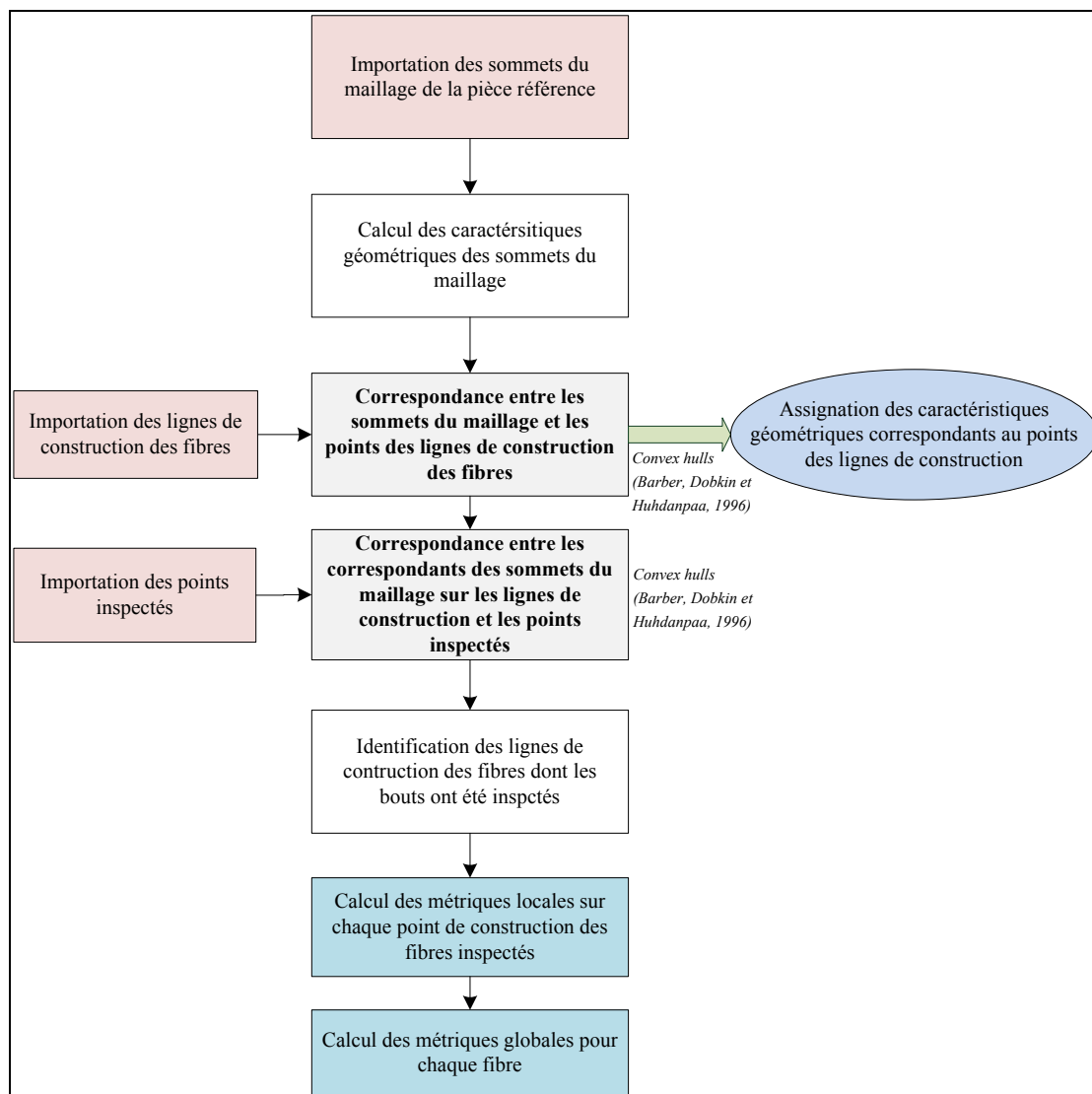


Figure 5.7 Processus d'alignement des points pour le calcul des métriques

Les métriques candidates locales et globales présentées dans le chapitre 3 (Figure 3.15) ont été calculées pour la pièce référence dans les quatre directions de placement des fibres. Ensuite, nous avons calculé les coefficients de corrélations linéaires *Pearson* entre les distributions de chaque métrique candidate globale avec les distributions des erreurs de profil enregistrées lors de l'inspection des plis fabriqués suivant les quatre directions de laminage (0° , 45° , -45° et 90°). Les coefficients de corrélation trouvés pour la distribution de chaque métrique candidate avec la distribution des erreurs de profil sont représentés dans le Tableau 5.2 avec r_{angle} modélisant le coefficient de corrélation linéaire *Pearson*.

Tableau 5.2 Coefficients de corrélation linéaire entre les distributions des métriques candidates et la distribution des erreurs de profil

Métrique	r_{0°	r_{45°	r_{-45°	r_{90°
P_{C_{moy}, Geo_1}	3,99%	-21,49%	-4,35%	-9,24%
P_{C_{min}, Geo_1}	20,59%	-19,95%	-2,71%	-7,70%
P_{C_{max}, Geo_1}	4,18%	-21,59%	-4,38%	-9,31%
P_{C_{moy}, Geo_2}	5,18%	-20,26%	-3,68%	-8,93%
P_{C_{min}, Geo_2}	22,22%	-19,49%	-3,19%	-7,66%
P_{C_{max}, Geo_2}	5,13%	-20,31%	-3,70%	-9,03%
A_{C_{moy}, Geo_1}	12,54%	-23,32%	-2,81%	-10,25%
A_{C_{min}, Geo_1}	12,54%	-23,26%	-2,83%	-10,25%
A_{C_{moy}, Geo_1}	12,55%	-23,39%	-2,79%	-10,26%
A_{C_{mean}, Geo_2}	8,64%	-32,47%	-1,42%	-12,56%
A_{C_{min}, Geo_2}	16,85%	-31,04%	-2,67%	-13,26%
A_{C_{mean}, Geo_2}	7,92%	-33,08%	-0,80%	-12,10%
$S_{C_{Steering}, Dir_{min}}$	10,27%	-22,22%	-7,39%	-2,32%
$S_{C_{Steering}, Dir_{max}}$	19,18%	-22,49%	-6,38%	-5,56%

Comme nous pouvons le remarquer, nous n'avons pas été en mesure d'identifier une métrique dont la distribution est corrélée avec la distribution des erreurs de profil enregistrées lors de l'inspection des plis suivant les quatre directions de placement des fibres. Par conséquent, les résultats obtenus ne nous permettent pas de valider notre hypothèse de départ H_1 qui stipule que la complexité géométrique de la pièce est proportionnelle à l'amplitude de l'erreur de profil lors du placement des fibres et que plus la zone de la pièce est complexe géométriquement plus l'erreur de profil est grande.

Néanmoins, il est important de noter que toutes les métriques candidates développées au cours de notre étude permettent de caractériser la complexité géométrique des pièces fabriquées avec le procédé AFP en tenant compte de la direction de placement, et ce suivant plusieurs hypothèses et points de vue. Par conséquent, et puisque l'hypothèse H_1 n'a pas été validée, et afin de choisir une métrique finale entre les métriques proposées pour l'utiliser lors de l'application du modèle probabiliste développé au CHAPITRE 4, nous avons comparé les indices candidats avec un des paramètres du procédé qui est la vitesse de laminage.

En effet, au cours du placement des fibres, la vitesse d'acheminement du robot est fixée suivant un seuil maximal à ne pas dépasser et le robot régule sa vitesse en fonction de la forme de la surface à parcourir. Si la surface est simple, le robot lamine les fibres suivant sa vitesse maximale. Par contre, lorsque la surface devient tordue, la vitesse est réduite afin de garantir l'adhésivité des fibres ainsi que la précision de placement.

Dans notre cas, rappelons tout d'abord le processus que nous avons établi afin de calculer les métriques candidates. Tout d'abord, nous avons commencé par calculer les métriques candidates localement sur les correspondants aux points de construction des fibres. Ensuite, nous avons calculé les métriques globales candidates qui rassemblent les métriques locales pour chacune des fibres. Maintenant, nous évaluons la somme de chaque distribution des métriques globales afin d'avoir un seul nombre caractérisant chaque direction de placement. Chaque métrique candidate sera donc décrite par un ensemble de quatre métriques caractérisant les quatre directions de placement (0° , 45° , -45° et 90°). D'autre part, nous avons pu récupérer la variation de la vitesse pour chaque pli et nous avons calculé la moyenne de la distribution de la vitesse lors du laminage suivant chaque direction de placement.

Une fois ces calculs terminés, nous avons comparé les ensembles des métriques candidates avec les vitesses moyennes des quatre directions de placement et nous avons calculé le coefficient de corrélation linéaire *Pearson*. Ces coefficients de corrélation sont modélisés

dans le tableau 5.3 tel que k représentant le nombre total des fibres par pli dans chaque somme des métriques globales candidates.

Tableau 5.3 Coefficients de corrélation entre les métriques candidates et la variation de la vitesse de laminage par direction de placement

Métrique	0°	45°	-45°	90°	r
$\sum_{fibre=1}^k P_{C_{moy}, Geo_1}$	149,98	536,54	511,03	737,74	-95,8%
$\sum_{fibre=1}^k P_{C_{min}, Geo_1}$	8,54	32,36	31,08	42,96	-95,7%
$\sum_{fibre=1}^k P_{C_{max}, Geo_1}$	296,39	1050,66	1000,09	1445,43	-95,8%
$\sum_{fibre=1}^k P_{C_{moy}, Geo_2}$	301,20	852,35	806,08	1066,97	-96,3%
$\sum_{fibre=1}^k P_{C_{min}, Geo_2}$	18,53	54,12	51,76	74,86	-95,6%
$\sum_{fibre=1}^k P_{C_{max}, Geo_2}$	594,61	1672,33	1579,09	2090,27	-96,3%
$\sum_{fibre=1}^k A_{C_{moy}, Geo_1}$	9019,94	43638,72	39799,38	61558,15	-96,5%
$\sum_{fibre=1}^k A_{C_{min}, Geo_1}$	8506,11	43295,38	39472,39	61233,34	-96,5%
$\sum_{fibre=1}^k A_{C_{max}, Geo_1}$	9551,74	43994,18	40137,09	61894,89	-96,5%
$\sum_{fibre=1}^k A_{C_{moy}, Geo_2}$	703,98	877,67	832,46	915,52	-98,9%
$\sum_{fibre=1}^k A_{C_{min}, Geo_2}$	190,15	534,33	505,47	590,71	-94,67%
$\sum_{fibre=1}^k A_{C_{max}, Geo_2}$	1235,78	1233,14	1170,17	1252,26	-25,6%
$\sum_{fibre=1}^k S_{C_{Steering}, Dir_{min}}$	8,98	24,97	24,48	779,44	-64,1%
$\sum_{fibre=1}^k S_{C_{Steering}, Dir_{max}}$	0,81	11,03	10,90	48,36	-77,3%
Vitesse moyenne de laminage	0,203	0,179	0,189	0,174	

La métrique $\sum_{fibre=1}^k A_{C_{moy}, Geo_2}$ est celle ayant le plus grand coefficient de corrélation avec la variation de la vitesse de laminage en fonction de la direction de placement. La disproportionnalité est expliquée par le fait que lorsque la complexité géométrique de la pièce augmente, la vitesse de laminage diminue.

Par conséquent, l'indice $\sum_{fibre=1}^k A_{C_{moy}, Geo_2}$ constituera notre indice de complexité géométrique final et sera utilisé pour appliquer le modèle probabiliste liant la complexité géométrique et la capabilité du procédé. La Figure 5.8 présente la variation de la moyenne de la vitesse en fonction de la métrique finale, notée G_{angle} et exprimée en pouces(*po*), et ce suivant les quatre directions de placement des fibres.

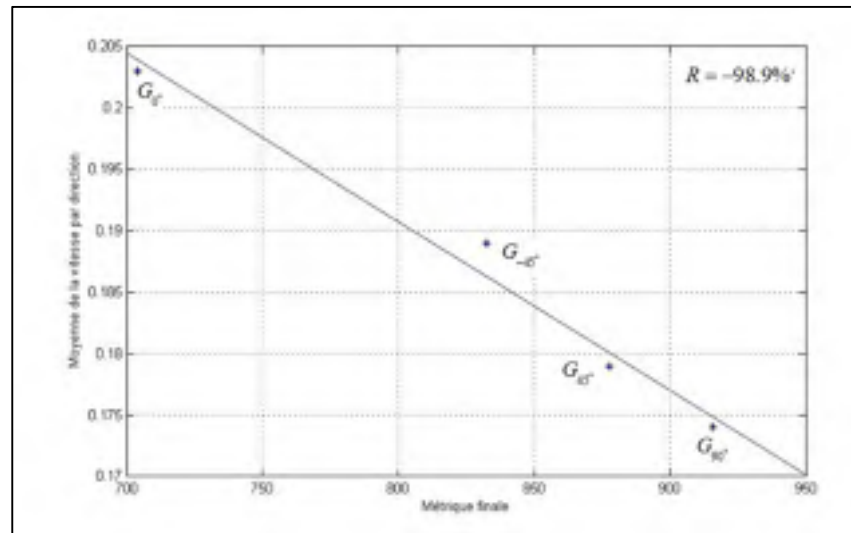


Figure 5.8 Moyenne de la variation de la vitesse en fonction de la métrique finale A_{C_{mean}, Geo_2}

La distribution de la métrique finale globale G_{angle} est représentée dans la Figure 5.9, et ce suivant les quatre directions de laminage.

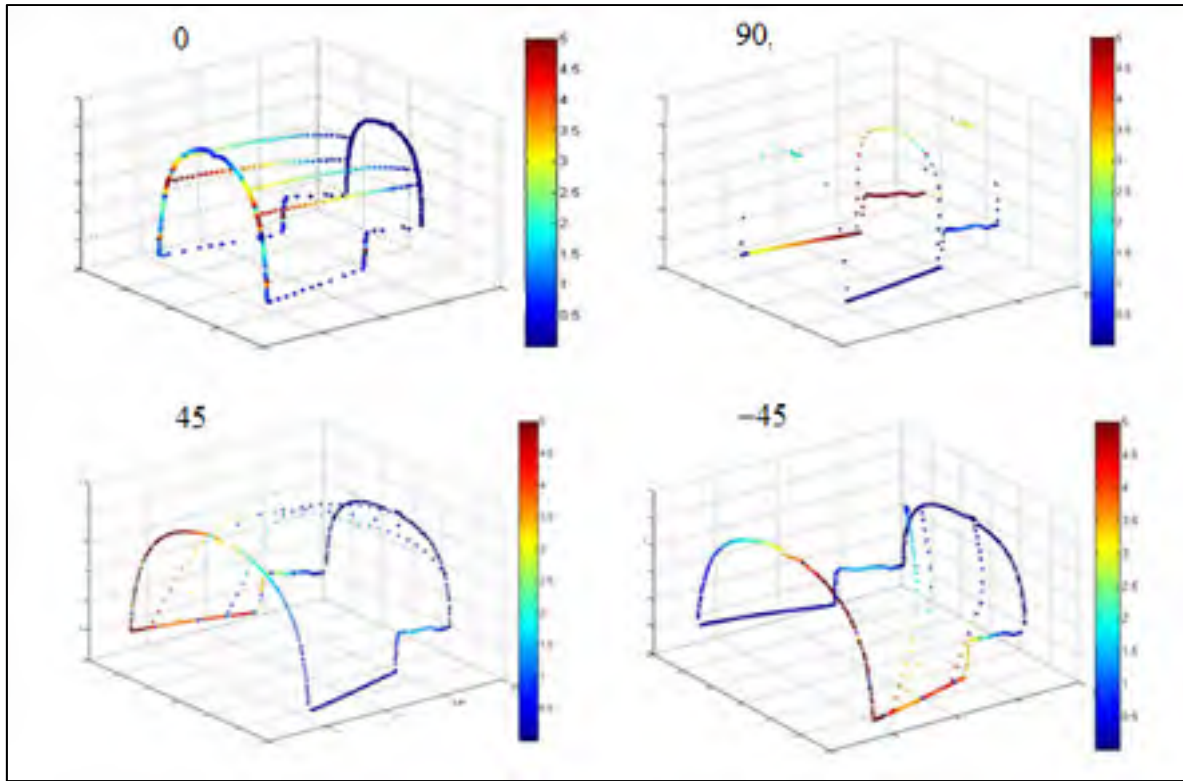


Figure 5.9 Distribution de la métrique finale sur la pièce référence suivant les quatre directions de laminage

Il est important de noter que, même avec cette dernière démarche, l'hypothèse H_1 n'est pas vérifiée et que nous avons juste comparé nos métriques avec la variation de la vitesse pour pouvoir choisir une métrique à appliquer dans notre modèle probabiliste. Par contre, nous estimons que les métriques développées caractérisent la complexité géométrique, mais nous concluons aussi que celle-ci n'est pas le seul facteur dans l'ensemble du procédé AFP qui influe sur la variation des erreurs de profil lors du placement des fibres.

La métrique finale choisie fait intervenir trois paramètres afin de caractériser la complexité géométrique. En effet, elle est modélisée par la somme des produits des courbures moyennes locales (forme de la pièce) et la distance parcourue (effet de grandeur de la surface à laminier). Cette somme est ensuite additionnée à la déviation maximale entre le chemin géodésique et le parcours du robot entre le point de départ et le point d'arrivée de chaque fibre placée. Cette métrique est calculée pour chacune des fibres laminées puis la somme de

sa distribution constitue l'indice qui caractérise la complexité géométrique de l'ensemble du pli fabriqué suivant une direction donnée. Dans notre cas, nos pièces sont constituées de quatre plis suivant quatre directions de laminage ($0^\circ, 45^\circ, -45^\circ$ et 90°). Par conséquent l'indice final G_{final} exprimé en pouce (po) et décrivant la complexité géométrique de toute la pièce à fabriquer est la somme des quatre métriques de chaque pli. Notre indice final est donc représenté par l'équation 5.1

$$G_{final} = \sum_{pli=1}^{nb_plis} \left[\sum_{fibre=1}^k \left(\sum_{i=1}^p (|C_{moy_i}| \cdot \Delta l) + \text{Max}_i \{ Geo_{locale_1}, Geo_{locale_2}, \dots, Geo_{locale_i}, \dots, Geo_{locale_p} \} \right) \right] \quad (5.1)$$

Où :

- ✓ p : le nombre total de points parcourus par le robot pour aller d'un point de départ A à un point d'arrivée B .
- ✓ C_{moy_i} : la courbure moyenne locale au niveau du $i^{ème}$ point.
- ✓ Δl : la distance entre les points i et $i+1$.
- ✓ Geo_{locale_i} : écart local entre le $i^{ème}$ point du parcours du robot et son correspondant sur le chemin géodésique.
- ✓ k est le nombre total de fibres par pli.
- ✓ nb_plis est le nombre total des plis qui forment la pièce. Dans notre cas $nb_plis = 4$.

5.3 Calcul de la complexité géométrique des pièces conçues et application du modèle probabiliste

Après avoir mis en place la métrique finale caractérisant la complexité géométrique des pièces fabriquées avec le procédé AFP, nous calculons à présent cet indice pour les six pièces que nous avons conçues afin d'établir une échelle nous permettant de classer les pièces fabriquées avec ce procédé suivant leur complexité géométrique et appliquer le modèle probabiliste développé dans le CHAPITRE 4. Nous avons calculé l'indice de complexité correspondant à chacun des pli à partir des simulations de laminage des fibres suivant chaque

direction pour ensuite déduire l'indice final G_{final} caractérisant la pièce entière avec ses quatre plis. Le calcul a été effectué en appliquant l'équation 5.1. tel que :

$$G_{angle} = \sum_{fibre=1}^k \left[\sum_{i=1}^p \left(|C_{moy_i}| \cdot \Delta l \right) + Max_i \left\{ Geo_{locale_1}, Geo_{locale_2}, \dots, Geo_{locale_i}, \dots, Geo_{locale_p} \right\} \right] \quad (5.2)$$







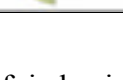
Et :

$$G_{final} = G_{0^\circ} + G_{45^\circ} + G_{-45^\circ} + G_{90^\circ} \quad (5.3)$$

Les distributions des métriques G_{angle} pour les quatre directions de laminage pour les six pièces conçues sont modélisées dans l'Annexe II du présent mémoire.

Ensuite, après avoir calculé l'indice final de complexité, nous avons procédé à sa normalisation en divisant chaque indice de chaque pièce par l'indice de complexité de la pièce référence et nous avons pu avoir un indice normalisé n qui décrit la complexité géométrique de chaque pièce. Les résultats de calcul des indices de complexité sont représentés dans le Tableau 5.4

Tableau 5.4 Récapitulation des indices de complexité dimensionnels et normalisés de chaque pièce

Métrique finale	$G_{0^\circ}(po)$	$G_{45^\circ}(po)$	$G_{-45^\circ}(po)$	$G_{90^\circ}(po)$	$G_{final}(po)$	n
Référence 	1421,35	2760,29	2733,90	3162,81	10078,35	1,00
	571,04	4245,37	3103,21	6386,04	14305,66	1,42
	184,97	1864,95	1974,95	2835,93	6860,80	0,68
	1266,01	2500,92	2447,74	3114,39	9329,05	0,93
	277,96	1823,58	1963,65	2806,91	6872,09	0,68
	330,56	1656,33	1678,28	2260,92	5926,10	0,59
	849,33	3961,29	3984,15	7160,43	15955,20	1,58

Une fois les indices normalisés calculés, nous avons établi une échelle qui nous a permis de classer nos pièces en fonction de leur complexité géométrique modélisée par notre métrique finale (Équation 5.1). Cette échelle nous permettra aussi comparer la complexité de nos pièces par rapport à la complexité de la pièce référence. Rappelons que le choix de la pièce référence a été effectué sur la pièce qui a été réellement fabriquée et dont nous disposons des données réelles d'inspection. La Figure 5.10 représente l'échelle finale caractérisant l'échelle de classement des pièces fabriquées par le procédé de placement de fibres AFP en fonction de leur complexité géométrique.

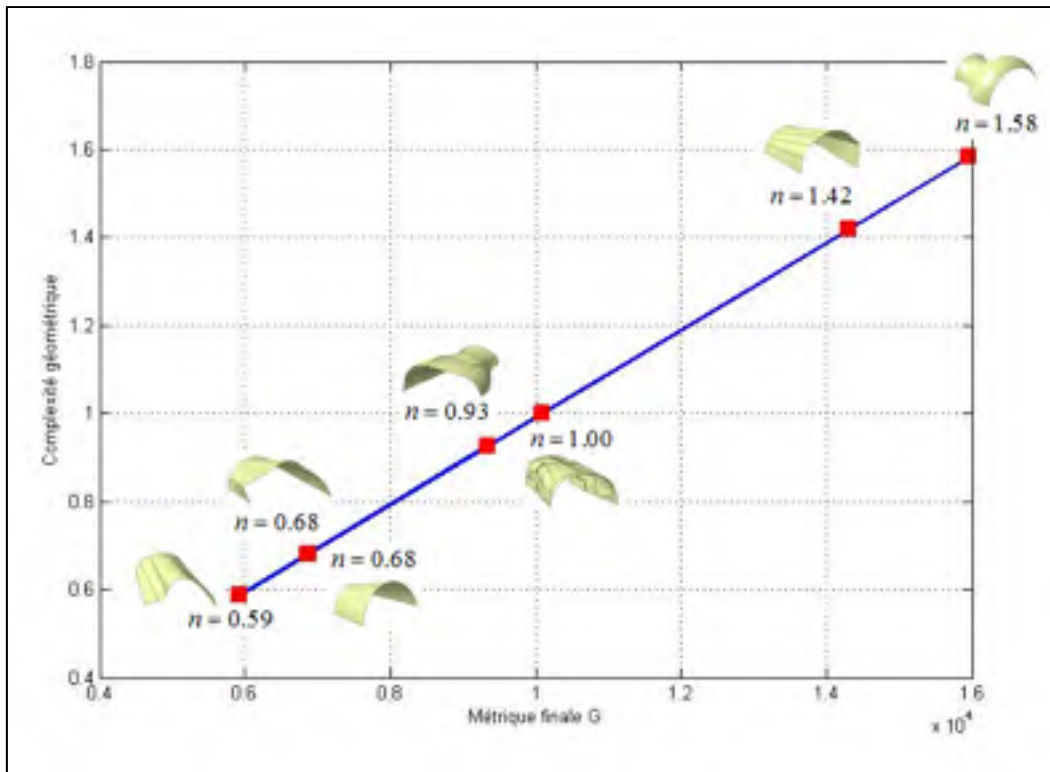


Figure 5.10 Échelle de la complexité géométrique en fonction de la métrique finale

Après avoir établi la métrique caractérisant les pièces fabriquées avec le procédé AFP et en ayant la distribution des erreurs de profil δ_i enregistrées lors de l'inspection de notre pièce référence (Figure 5.11), nous pouvons estimer les caractéristiques statistiques $(\mu_\delta, \sigma_\delta)$ de celle-ci. Ensuite, à partir de l'indice de complexité géométrique n de chacune des pièces, nous pouvons nous référer aux abaques adimensionnels développés au CHAPITRE 4 (Tableau 4.1 et 4.2) pour déterminer les percentiles $\hat{x}_{50\%}$ et $\hat{x}_{99.865\%}$ caractérisant l'estimation de la distribution de l'erreur de chacune des pièces étudiées.

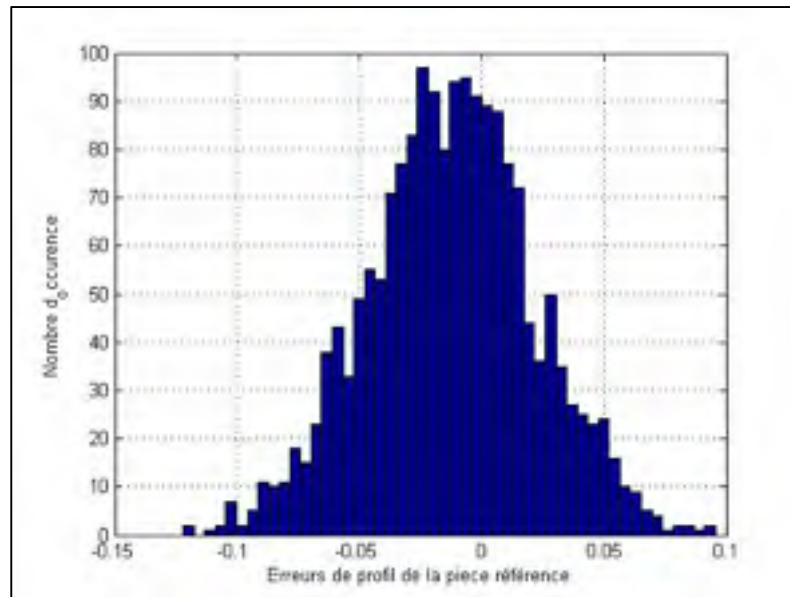


Figure 5.11 Histogramme de la distribution des erreurs de profil de la pièce référence

À partir de là, et pour un indice de capabilité \hat{C}_{pk} donné du procédé de placement de fibres et en utilisant l'équation (1.9), nous sommes en mesure d'estimer la tolérance de profil à imposer à chacune de nos pièces. Les résultats finaux de l'estimation de cette limite de tolérance sont modélisés dans le Tableau 5.5.

Tableau 5.5 Estimation de la tolérance à assigner à chaque pièce en tenant compte de la complexité géométrique et la capabilité du procédé

Pièce	Référence	1	2	3	4	5	6
n	1,00	1,42	0,68	0,93	0,68	0,59	1,58
μ_{δ}	-0,0127 po						
σ_{δ}	0.033 po						
$z1$	0.24 po						
\hat{C}_{pk}	1.33						
$\hat{x}_{50\%}$	N/A	0,061	0,033	0,045	0,033	0,028	0,066
$\hat{x}_{99.865\%}$		0,221	0,205	0,212	0,205	0,202	0,223
LTS (po)		0,273	0,262	0,267	0,262	0,259	0,274

À partir de ce tableau, nous remarquons que la tolérance assignée aux pièces est proportionnelle à l'augmentation de leur indice de complexité géométrique.

CONCLUSION

Le procédé de placement des fibres AFP a été développé pour permettre aux industriels de fabriquer, avec une grande cadence et une bonne précision des pièces ayant des formes complexes tout en ayant des caractéristiques structurelles solides (rigidité, résistance mécanique, *etc.*). Néanmoins, lors du placement, ce procédé peut faire apparaître plusieurs défauts dont les erreurs de placement lors de la coupe ou le réacheminement des fibres.

Dans notre projet, nous sommes partis de l'hypothèse H_1 qui stipule que la complexité géométrique est le principal facteur responsable de l'apparition des erreurs de placement des fibres. En quantifiant l'effet de la géométrie à travers une métrique représentative de sa complexité à être réalisée, nous sommes en mesure d'accepter ou de rejeter cette hypothèse en comparant la distribution des indices de complexité développés aux distributions des erreurs de profil tel que enregistrés lors des inspections réalisées par le partenaire industriel et essayer ainsi d'identifier des corrélations fortes et significatives.

La quantification de la complexité géométrique des pièces fabriquées par le procédé AFP nous a permis de réaliser l'objectif principal de ce projet qui consiste à élaborer une méthodologie qui tient compte de la complexité géométrique pour estimer la capabilité du procédé AFP. Ainsi, à partir d'une pièce prise comme une référence ayant un indice de complexité géométrique unitaire ($n_{réf} = 1$), nous pouvons prédire l'intervalle de tolérance qu'une autre pièce, issue du même procédé, doit respecter.

Pour réaliser ce projet, nous avons établi trois (3) objectifs spécifiques qui nous ont permis d'atteindre notre objectif principal. Le premier objectif consiste à mettre en place un indice de complexité qui permet la quantification de la complexité géométrique des pièces fabriquées par le procédé AFP et qui reflète l'augmentation des erreurs de profil enregistrées lors de l'inspection des plis fabriqués (hypothèse H_1). Cet objectif a été réalisé partiellement. En effet, Nous avons proposé et testé plusieurs métriques candidates qui tiennent compte de la surface à laminier et de la direction de placement des fibres. Une étude géométrique

exhaustive a été donc réalisée sur une pièce issue de notre partenaire industriel et qui a constitué notre pièce référence. L'analyse géométrique de cette pièce a soutenu le développement et la validation d'une boîte à outils sous le logiciel *MATLAB*[®] qui permet le calcul des différentes courbures locales et leurs directions au niveau des sommets du maillage de notre pièce. Nous avons aussi développé un programme qui, basé sur l'algorithme *Fast Marching* (Sethian, 1999b), permet de calculer la distance géodésique (la plus courte distance) entre deux points en parcourant le maillage d'une surface donnée ainsi que la représentation de la trajectoire du chemin géodésique liant ces deux points.

D'autre part, nous avons été en mesure d'avoir le programme de placement des fibres pour quatre plis suivant quatre directions de laminage (0° , 45° , -45° et 90°) ainsi que les données d'inspections de ces plis. Ceci nous a permis d'utiliser la boîte à outils de l'analyse des caractéristiques géométriques pour analyser la portée et la justesse des métriques candidates permettant la caractérisation de la complexité géométrique en tenant compte de la pièce en tant que telle et de la direction de placement des fibres.

Le développement des métriques candidates a été réalisé suivant deux (2) principales étapes. La première étape consistait à proposer des combinaisons de plusieurs paramètres calculés lors de l'analyse géométrique en tenant compte de la direction du robot lors du placement des fibres. Ces métriques candidates sont donc calculées localement au niveau de chaque correspondant sur le maillage du point de construction des fibres. Nous rappelons au lecteur que la correspondance des points de construction des fibres avec les sommets du maillage de la pièce a été réalisée avec la méthode de l'enveloppe convexe développée par Barber, Dobkin et Huhdanpaa (1996).

Une fois les métriques locales candidates calculées, et comme deuxième étape de calcul des indices de complexité candidats, nous avons procédé au calcul des métriques globales candidates en effectuant la somme du produit des indices locaux par la distance parcourue par le robot, et ce pour chaque fibre dont les bouts (point de coupe et point de réacheminement) ont été inspectés. Ce calcul nous a permis d'avoir la distribution spatiale

des métriques candidates sur chaque pli fabriqué. Par conséquent, en ayant les distributions des erreurs de profil suivant chaque direction de placement, nous avons pu estimer le coefficient de corrélation linéaire entre la distribution de chacune des métriques candidates et la distribution des erreurs de profil suivant les quatre directions de placement des fibres.

Les résultats obtenus ne nous ont pas permis de valider l'hypothèse H_1 et ainsi réaliser complètement le premier objectif spécifique que nous avons mis en place. Par conséquent, nous avons conclu que, dans le cas spécifique du procédé (et de la pièce) étudiée chez notre partenaire industriel, la complexité géométrique de pièces n'est pas le principal responsable de l'apparition et l'augmentation des erreurs de profil. En effet, mis à part la forme de la pièce à fabriquer, plusieurs autres paramètres liés au moule sur lequel sont placés les fibres ou encore aux composants du robot (cantre, gaine, tête, couteau, *etc.*) peuvent être des sources pour l'apparition des déviations.

À partir de ces résultats et pour pouvoir appliquer le modèle probabiliste liant la complexité géométrique à la capacité du procédé de fabrication, nous avons eu recours à une autre méthode pour choisir une métrique finale et valide. Nous avons donc comparé l'évolution de la vitesse de laminage et de la somme des distributions des métriques globales candidates suivant les quatre directions de placement. Cette méthode a été appliquée en partant de l'hypothèse stipulant que la vitesse de laminage diminue lorsque la surface de la pièce est complexe à laminier suivant une direction donnée de laminage. Nous avons donc comparer l'évolution des sommes des métriques globales pour chaque pli avec les moyennes des vitesses de laminage suivant les quatre directions de laminage et nous avons calculé les corrélations linéaires des sommes des métriques globales avec les moyenne des vitesse lors du placement des fibres. L'ensemble constituant les valeurs des métriques globales suivant les quatre directions de laminage ayant le coefficient de corrélation linéaire le plus important avec la variation de la moyenne des vitesse a été retenue comme métrique finale caractérisant le procédé AFP.

Cette métrique est représentée dans l'équation 5.1 et elle est calculée pour chaque correspondant sur le maillage des points de constructions des fibres. Par la suite, elle est cumulée pour obtenir la métrique caractérisant une fibre complète, puis elle est généralisée en effectuant la somme des métriques globales de chaque fibre pour décrire un pli complet. Enfin pour une pièce ayant k plis, nous calculons la somme de chaque indice caractérisant chaque pli pour avoir l'indice final qui décrit la complexité géométrique de toute la pièce que nous avons noté G_{final} .

Il est important de rappeler que la méthode utilisée pour définir la métrique finale a été appliquée afin de choisir l'indice final pour l'application du modèle probabiliste liant la complexité et la capabilité et elle ne constitue pas un moyen pour valider l'hypothèse H_1 .

Ensuite, pour satisfaire le deuxième objectif qui consiste à normaliser l'indice final de complexité géométrique pour le rendre adimensionnel et exploitable par un modèle probabiliste, nous avons donc calculé cet indice pour six (6) pièces que nous avons conçues en divisant l'indice de chacune des pièces par l'indice de complexité de notre pièce référence. Comme résultat, nous avons eu des indices de complexité adimensionnels notés n . Ces indices nous ont permis de dresser une échelle suivant laquelle nous avons pu classer toutes les pièces en fonction de leur degré de complexité.

Après avoir réalisé les deux (2) premiers objectifs et dans la continuité des travaux de Lévesque (2009) et Lépine (2014), nous avons présenté le modèle probabiliste basé sur les statistiques d'ordre permettant de lier la complexité géométrique à la capabilité du procédé et de réaliser notre troisième objectif spécifique. Ce modèle nous a permis, à partir de la distribution des erreurs de profil de la pièce référence, d'estimer la distribution des déviations d'une nouvelle pièce ayant un indice de complexité n_i et d'interpoler ou extrapoler l'intervalle de tolérance à respecter par cette pièce en fixant l'indice de capabilité du procédé. L'élaboration de ce modèle ainsi que des abaques adimensionnels permettant l'identification des percentiles $\hat{x}_{50\%}$ et $\hat{x}_{99.865\%}$ des distributions des déviations des nouvelles pièces ont été

présentée dans ce mémoire et nous avons introduit ce modèle à travers un exemple simple en supposant que la complexité géométrique est caractérisée par le nombre de sections présents dans chaque pli d'une pièce.

Finalement, à partir de la métrique finale caractérisant la complexité géométrique des pièces fabriquées par le procédé AFP, nous avons appliqué le modèle probabiliste développé pour les six pièces conçues et nous avons pu réaliser l'objectif principal du projet qui est l'estimation de la tolérance de profil à appliquer à ces pièces à travers une méthodologie qui tient compte de leur complexité géométrique et la capacité du procédé qui assure leur fabrication.

RECOMMANDATIONS

Malgré les études et la multitudes des métriques proposées et analysées dans le cadre du présent projet sur la géométrie des pièces fabriquées avec le procédé AFP, l'indice proposé peut être amélioré.

En effet, il est tout d'abord recommandé d'améliorer le processus de correspondance entre les points inspectés et leurs correspondants sur les lignes de construction et sur le maillage afin de ne plus avoir des erreurs épistémiques qui peuvent influencer sur les résultats obtenus.

De plus, pour des limitations de temps et de disponibilité d'informations, nos études se sont focalisées sur les plis « pleins ». C'est-à-dire les plis dont le placement de fibres se fait sur toute la surface du moule. Par contre, dans le procédé AFP, plusieurs autres stratégies de laminage peuvent être définies et pour certains plis, il y a des zones sur le moule qui peuvent ne pas être laminées. Ce type de plis est appelé plis « fenêtre » et lors de leur laminage plusieurs opérations de coupe de réacheminement sont effectuées. Ce paramètre peut donc être inclus dans l'étude de complexité géométrique en incluant un indicateur sous forme d'un compteur qui s'incrémente à chaque fois que le robot coupe ou réachemine une bande de fibres.

L'indicateur peut également tenir compte de la stratégie adoptée pour réaliser l'opération de coupe puisque celle-ci peut être réalisée en coupant les 16 fibres constituant une bande à la fois ou non. Le paramètre de réacheminement et de coupe et la stratégie de sa programmation peuvent en effet constituer un facteur important pour l'apparition des défauts au niveau des fibres et leur position de placement. Par conséquent, il est primordial de prendre en considération la variation de la stratégie de laminage et quantifier sa variation pour qu'elle soit associée à l'indice de complexité géométrique développé dans ce projet et en découler une métrique qui reflète mieux la complexité du procédé.

Dans ce projet, notre mandat principal était de proposer une métrique qui corrèle la complexité géométrique des pièces fabriquées par le procédé AFP en supposant que celle-ci est effectivement le principal paramètre responsable des erreurs de profil lors du placement des fibres. Le rejet de cette hypothèse ouvre plusieurs perspectives pour des études plus exhaustives d'autres paramètres liés au robot, au moule sur lequel se fait le placement des fibres ainsi que sur l'interaction entre le moule et le robot lors du laminage et les paramètres du procédé.

En effet, en étudiant de plus près le procédé au cours d'un séjour de recherche chez notre partenaire industriel, nous avons pu assister à la fabrication de plusieurs pièces et nous avons remarqué que plusieurs autres paramètres influent sur la qualité des plis fabriqués et peuvent constituer des candidats potentiels responsables de l'apparition et l'augmentation des erreurs de profil.

Comme piste très intéressante pour l'étude du comportement robot, et dans la continuité des études des caractéristiques du moule, les caractéristiques structurales de celui-ci doivent être analysées. En effet, lors du placement des fibres, le robot applique une force afin d'assurer l'adhésivité de la fibre sur le moule. Il faut donc étudier l'influence de l'application de cette force sur la rigidité de l'ensemble robot-tête-moule et la capacité de ce système à ne pas se déformer lors du placement.

D'autre part, le robot AFP est constitué de plusieurs éléments et chacune des fibres formant la bande placée suit son propre chemin avant d'atteindre la tête du robot en passant par des tubes et des tendeurs tout en étant préalablement imprégnée dans la résine. Le mouvement de la tête par rapport à la géométrie du moule engendre un mouvement de la gaine contenant tous les tubes dans lesquels circulent les fibres. Ce mouvement est décrit par la tension que subissent les fibres à l'intérieur des tubes et la variation de cette tension peut être une source potentielle de l'apparition des erreurs lors du placement. Il serait donc intéressant d'étudier l'influence de ce paramètre sur le déroulement du procédé et d'inclure cet aspect dans la quantification de la complexité.

Toujours dans le même contexte, et dans le but d'étudier l'influence de l'interaction entre le robot et le moule, il est important de considérer dans les futures études la position du moule par rapport au robot et le mouvement du bras emportant la tête pour placer les fibres en fonction de l'orientation du moule. En effet, l'orientation du bras du robot par rapport au vecteur d'accélération gravitationnelle \vec{g} peut faire l'objet d'une métrique à ajouter dans le processus de quantification de la complexité de fabrication des pièces par le procédé AFP.

Toutes ces pistes proposées, ajoutées aux études réalisées dans ce projet peuvent permettre dans le futur de développer un indice global qui modélise le degré de complexité du procédé de placement de fibres AFP. La Figure R-1 ci-dessous récapitule les pistes proposées pour la quantification de la complexité du procédé AFP.

Finalement, il est important de noter que tout le travail de quantification de la complexité pour prévoir l'intervalle dans lequel le procédé respecte une spécification en tenant compte de sa capacité de fabrication s'inscrit dans le cadre du domaine de la conception pour la fabricabilité (DFM) et représente une étape essentielle initiale pour une conception dite optimale.

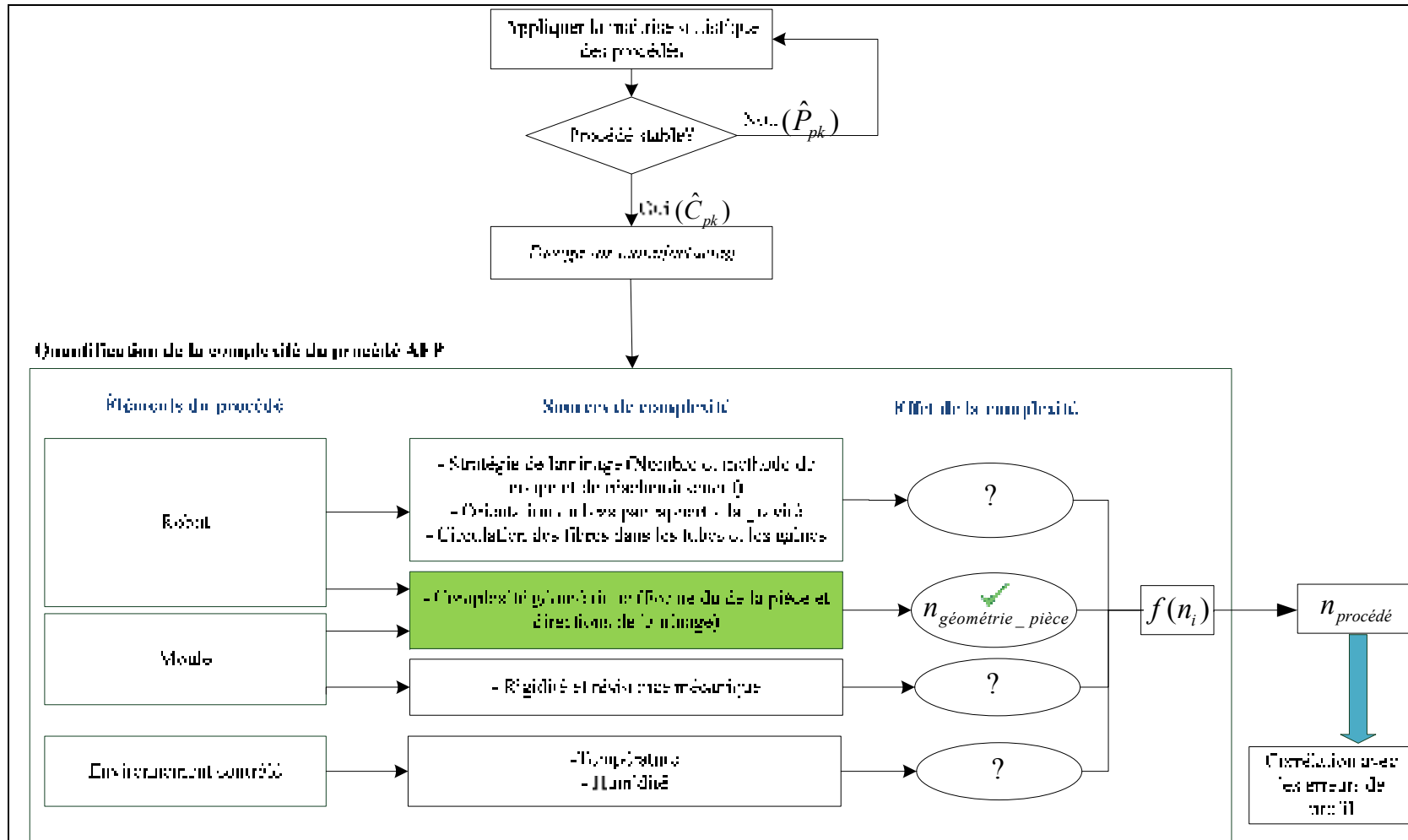


Figure R-1 Sources potentielles pour la quantification de la complexité du procédé AFP

ANNEXE I

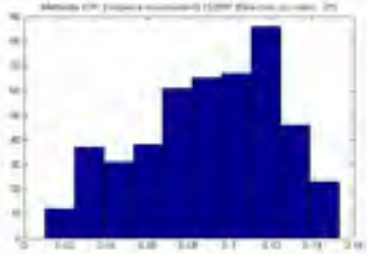
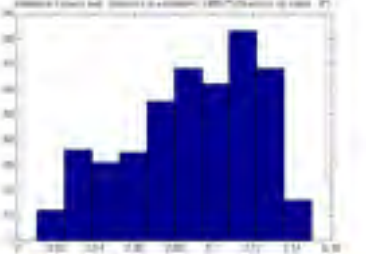
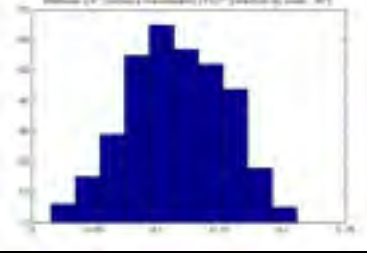
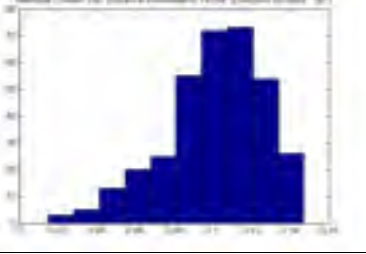
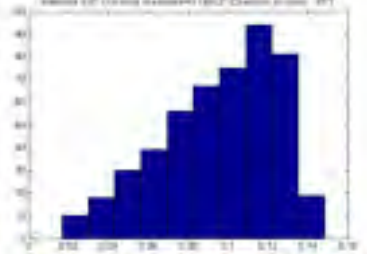
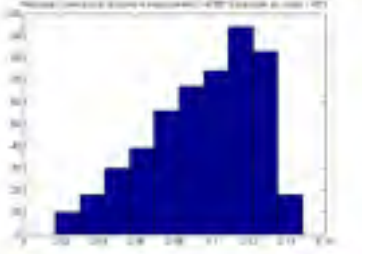
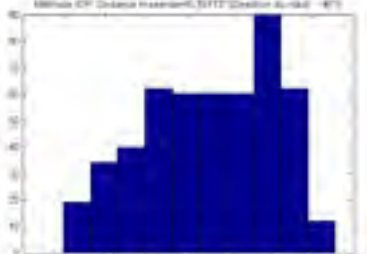
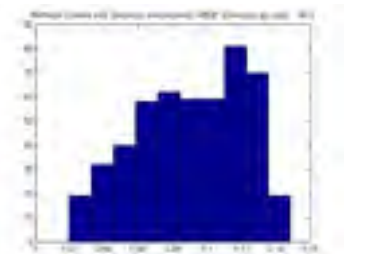
CHOIX DE LA MÉTHODE DE CORRESPONDANCE À UTILISER

Dans l'Annexe I, nous présentons la comparaison entre les deux méthodes de correspondances que nous avons testées afin d'en choisir une pour trouver les correspondants des points constituant les lignes de construction ainsi que les coordonnées des points inspectés sur le maillage de la pièce référence analysée. Les méthodes comparées sont l'algorithme de l'enveloppe convexe et l'algorithme itératif du point le plus proche *ICP*.

Un programme *MATLAB*[®] a été donc développé mettant en œuvre les deux méthodes. L'algorithme de l'enveloppe convexe a été appliqué à partir de la commande prédéfinie du logiciel *MATLAB*[®]. Cette commande « *dsearchn* » applique la méthode développée par Barber, Dobkin et Huhdanpaa (1996) basée sur l'enveloppe rapide « *Quickhull* » afin d'identifier l'enveloppe convexe du maillage de la pièce et du nuage de points pour ensuite procéder à une opération d'alignement et de correspondance des paires de points les plus proches. D'autre part, et pour appliquer la méthode *ICP*, nous avons utilisé une boîte à outils développée sous *MATLAB*[®] (Kroon, 2009) et appliquant cet algorithme.

Après avoir appliqué ces deux méthodes de correspondance suivant les quatre directions de laminage des fibres afin d'assigner les coordonnées des points inspectés à leurs correspondants sur le maillage de la pièce, nous avons pu récupérer les distances euclidiennes des points et leurs correspondants suivant les deux méthodes, et ce pour les quatre angles de placement des fibres. Les histogrammes des distances euclidiennes sont modélisés dans le tableau.

Tableau A I-1 Comparaison des distances euclidiennes obtenues à partir

Angle de laminage	Méthode ICP	Méthode de l'enveloppe convexe
0°		
Distance maximale	0.15289 <i>po</i>	0.14987 <i>po</i>
90°		
Distance maximale	0.21121"	0.14704 <i>po</i>
45°		
Distance maximale	0.14822 <i>po</i>	0.14798 <i>po</i>
-45°		
Distance maximale	0.15113 <i>po</i>	0.14854 <i>po</i>

ANNEXE II

MODÉLISATION DE LA MÉTRIQUE FINALE SUR LES PIÈCES CONÇUES

Dans cet annexe, nous modélisons la métrique finale G_{final} (équation 5.1) sur chacune des six nouvelles pièces conçues en représentant la distribution l'indice global G_{angle} (équation 5.2), et ce suivant les quatre directions de laminage. Rappelons que cette métrique met en œuvre la somme du produit de la courbure moyenne locale et la distance parcourue additionnée à la déviation maximale du parcours du robot et le chemin géodésique entre un point de départ de laminage (point de réacheminement) et un point d'arrivée (point de coupe de la fibre). Par conséquent chaque pièce sera modélisée par trois (3) figures :

- La première figure représente la distribution de la valeur absolue de la courbure moyenne locale au niveau des sommets du maillage de la pièce.
- La deuxième figure modélise l'écart local entre le chemin géodésique et le parcours du robot pour chaque ligne de construction des fibres, et ce suivant les quatre orientations de laminage.
- La troisième figure illustre la distribution de la métrique globale finale sur chaque point de départ et d'arrivée de la fibre pour chaque direction de placement.

Pièce 1

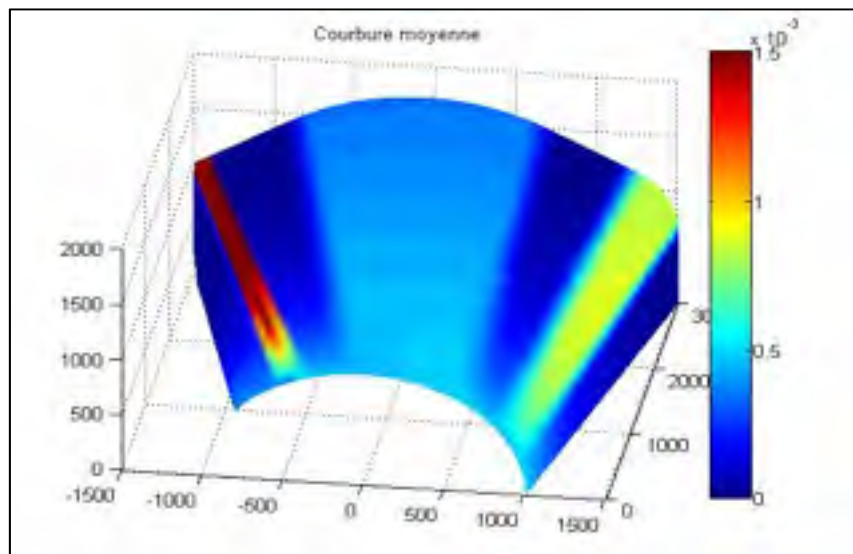


Figure-A II-1 Distribution de la valeur absolue de la courbure moyenne

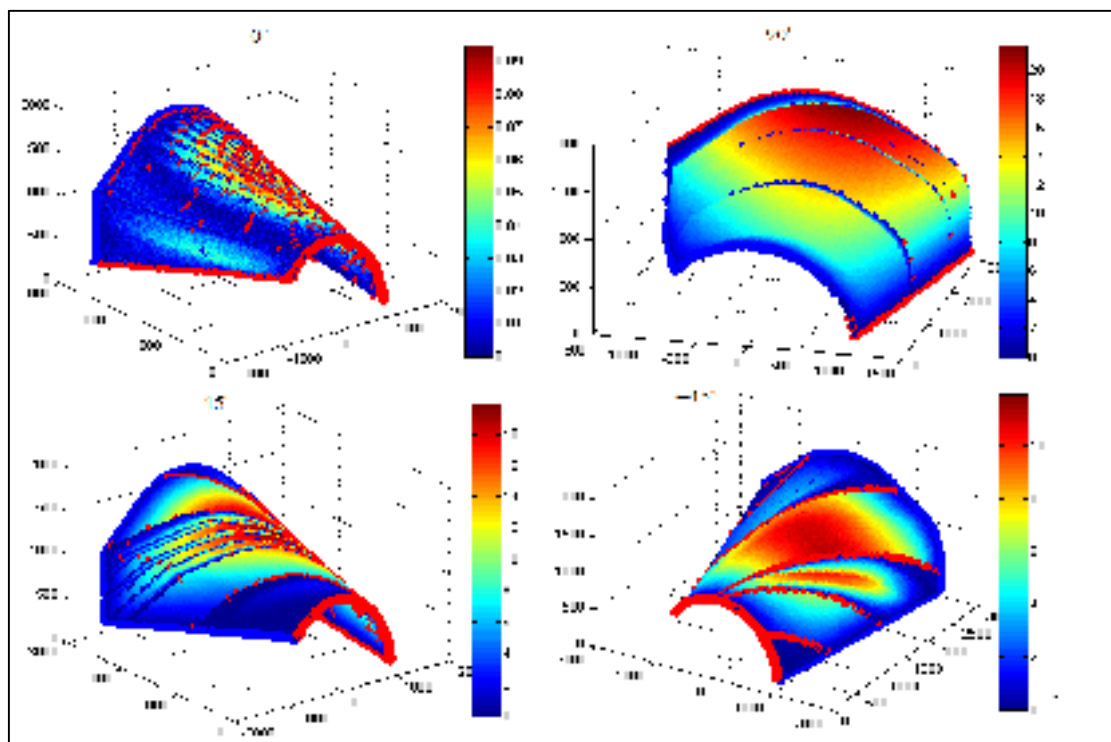


Figure-A II-2 Distribution de l'écart locale entre le parcours du robot et le chemin géodésique

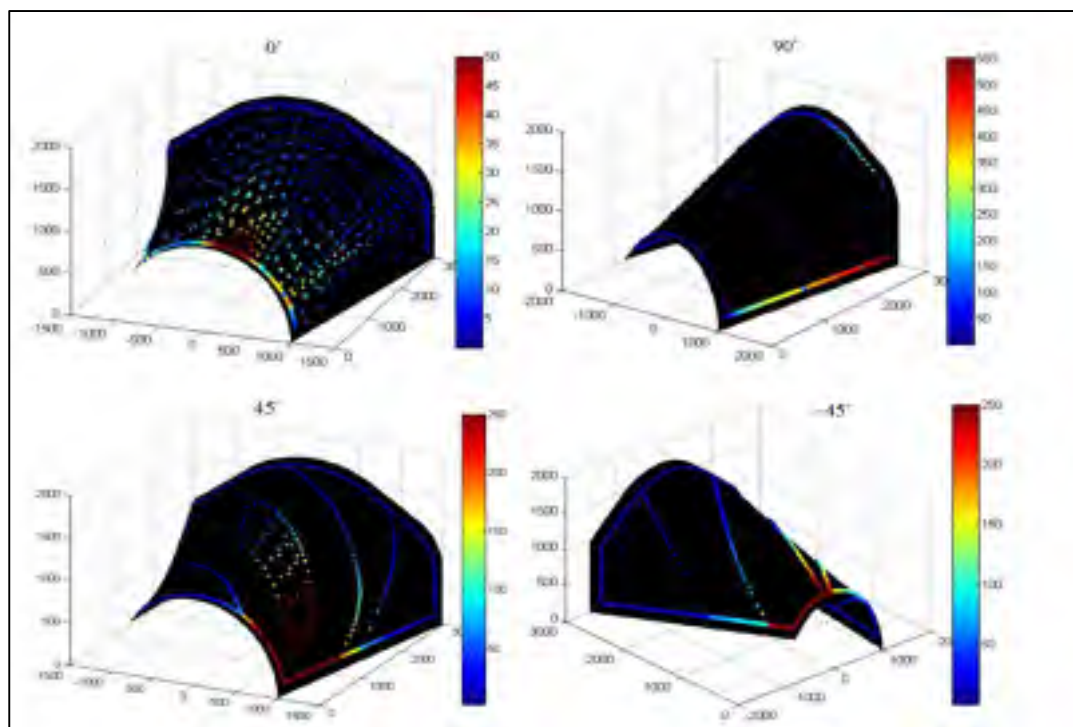


Figure-A II-3 Distribution de la métrique finale globale aux points de coupe et de réacheminement des fibres

Pièce 2

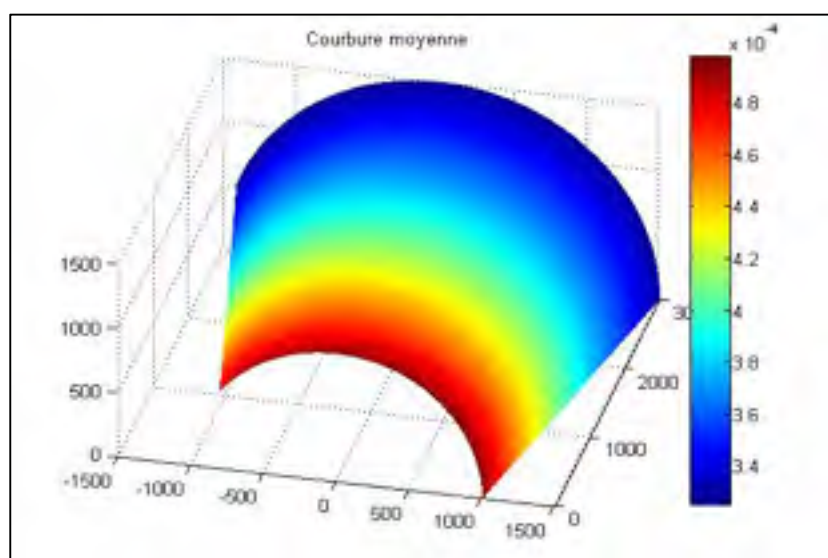


Figure-A II-4 Distribution de la valeur absolue de la courbure moyenne

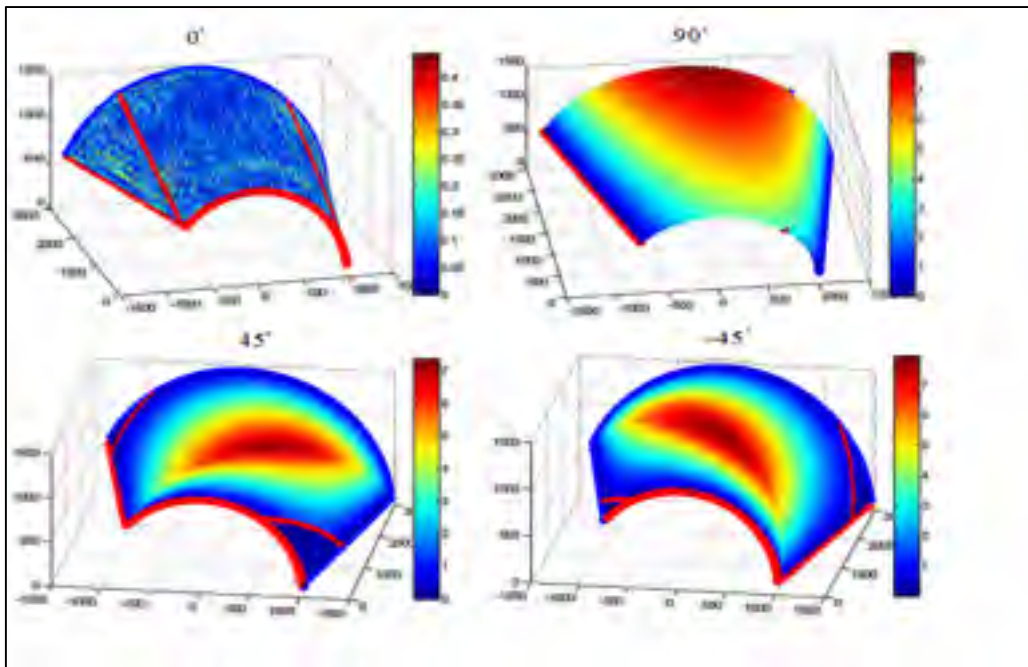


Figure-A II-5 Distribution de l'écart locale entre le parcours du robot et le chemin géodésique

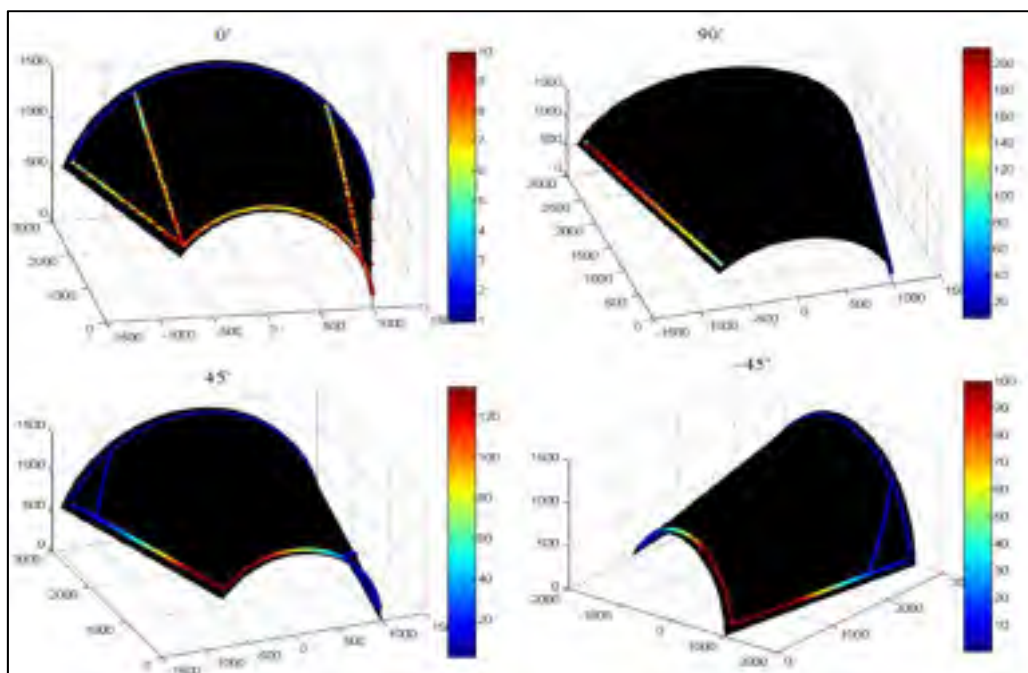


Figure-A II-6 Distribution de la métrique finale globale aux points de coupe et de réacheminement des fibres

Pièce 3

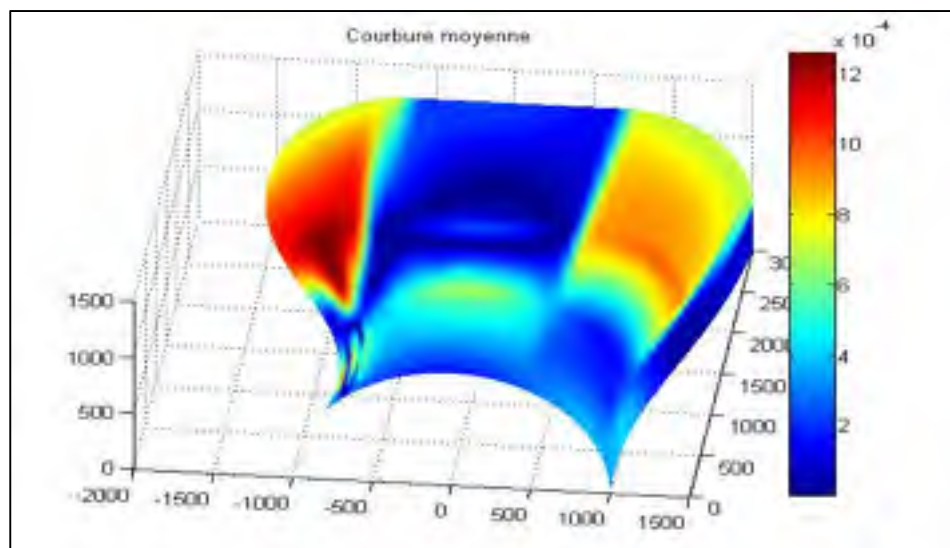


Figure-A II-7 Distribution de la valeur absolue de la courbure moyenne

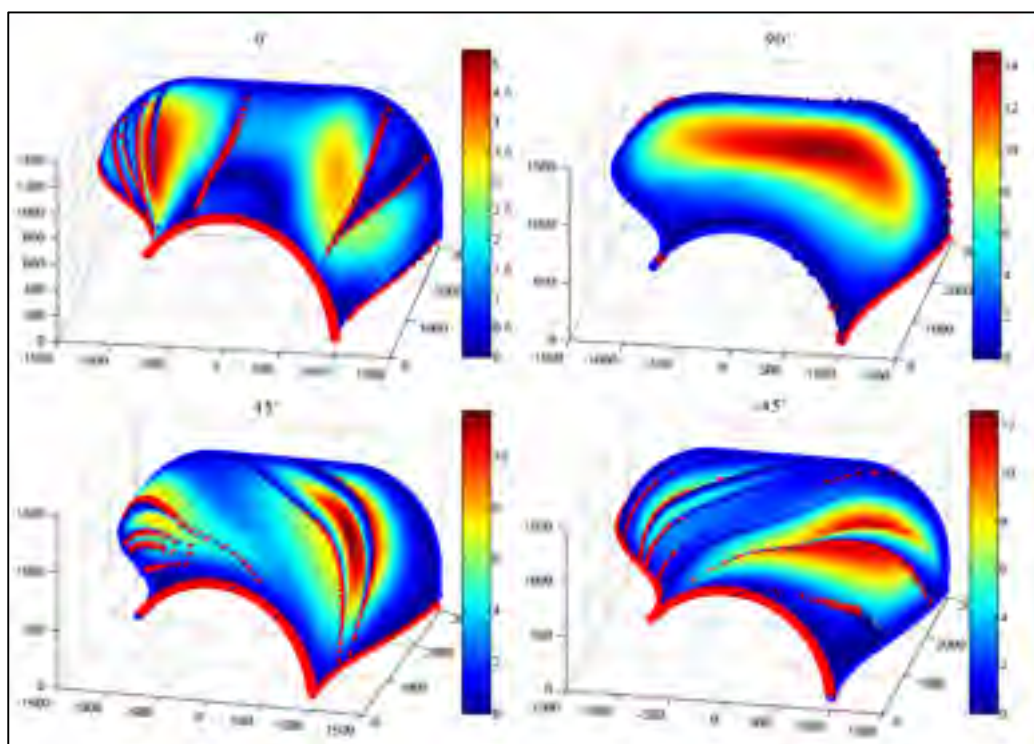


Figure-A II-8 Distribution de l'écart locale entre le parcours du robot et le chemin géodésique

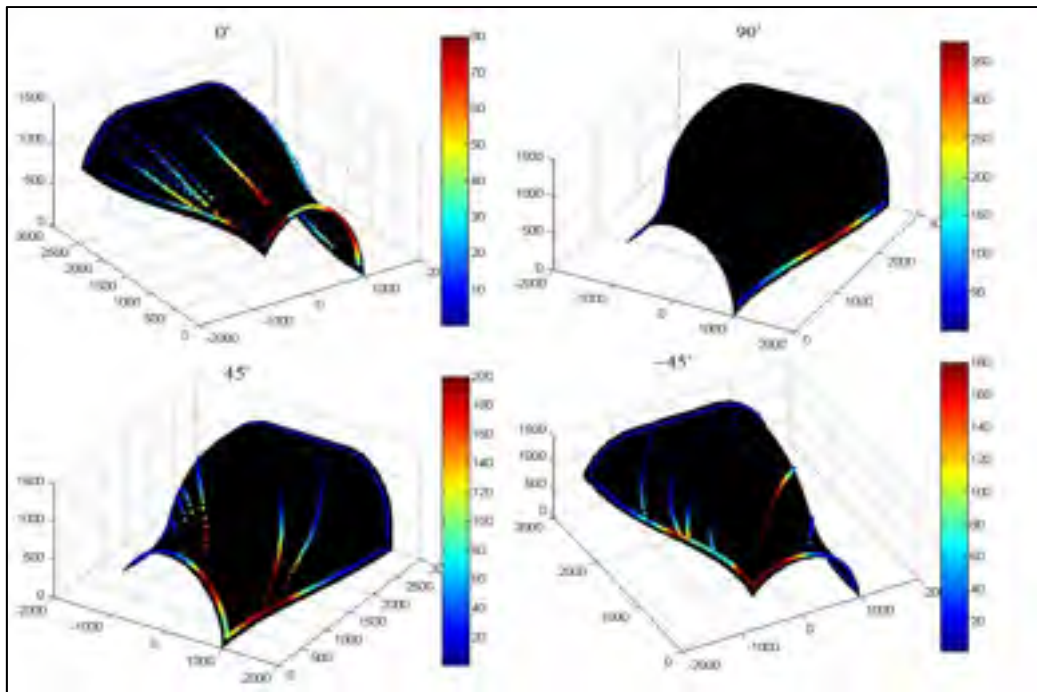


Figure-A II-9 Distribution de la métrique finale globale aux points de coupe et de réacheminement des fibres

Pièce 4

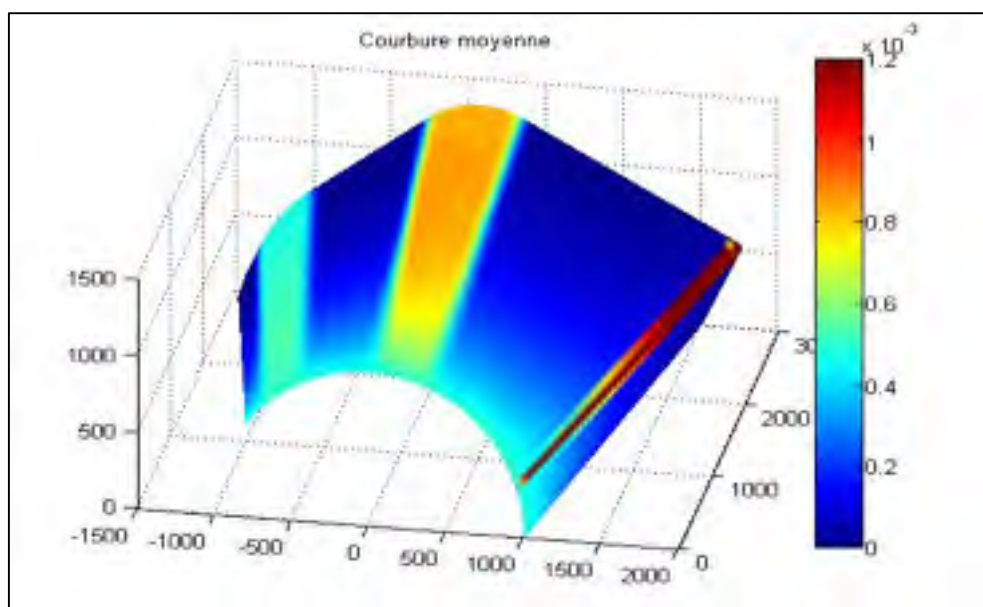


Figure-A II-10 Distribution de la valeur absolue de la courbure moyenne

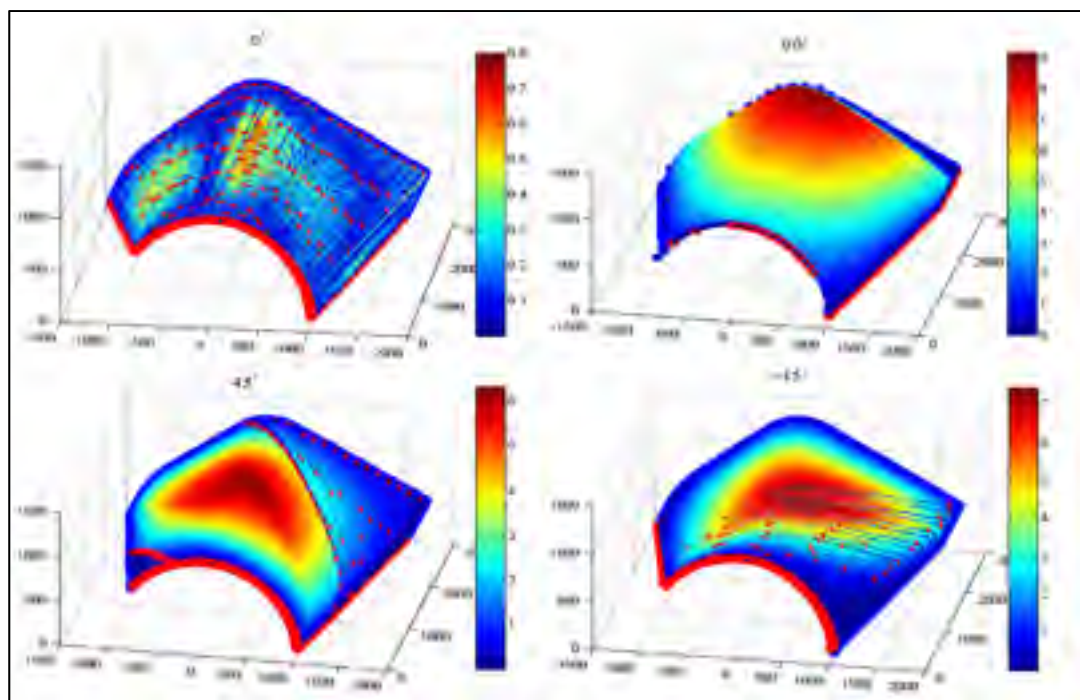


Figure-A II-11 Distribution de l'écart locale entre le parcours du robot et le chemin géodésique

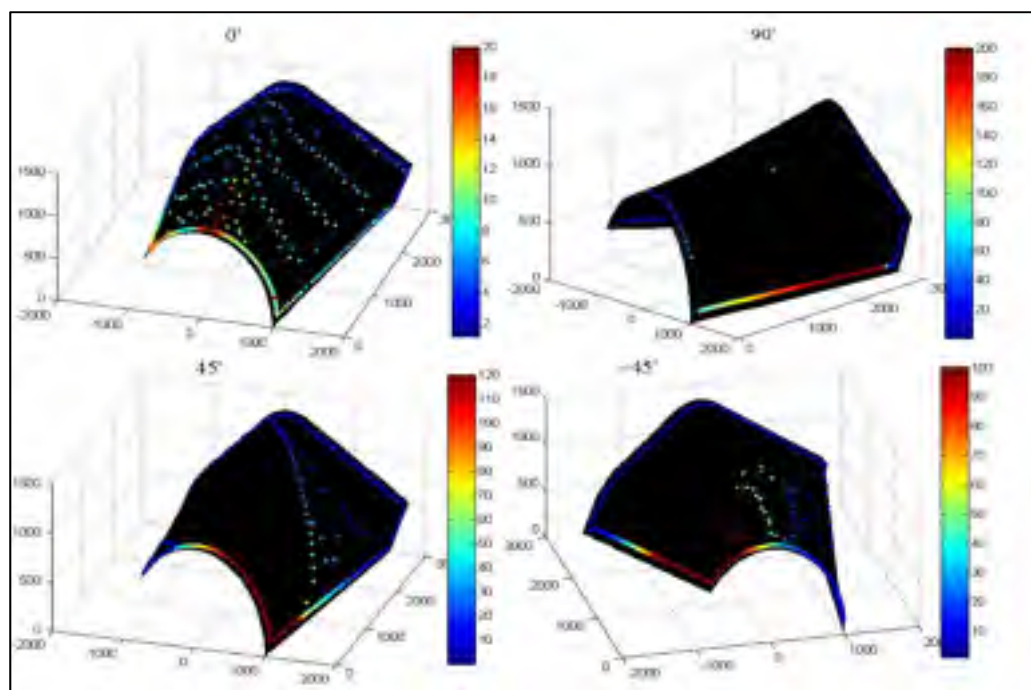


Figure-A II-12 Distribution de la métrique finale globale aux points de coupe et de réacheminement des fibres

Pièce 5

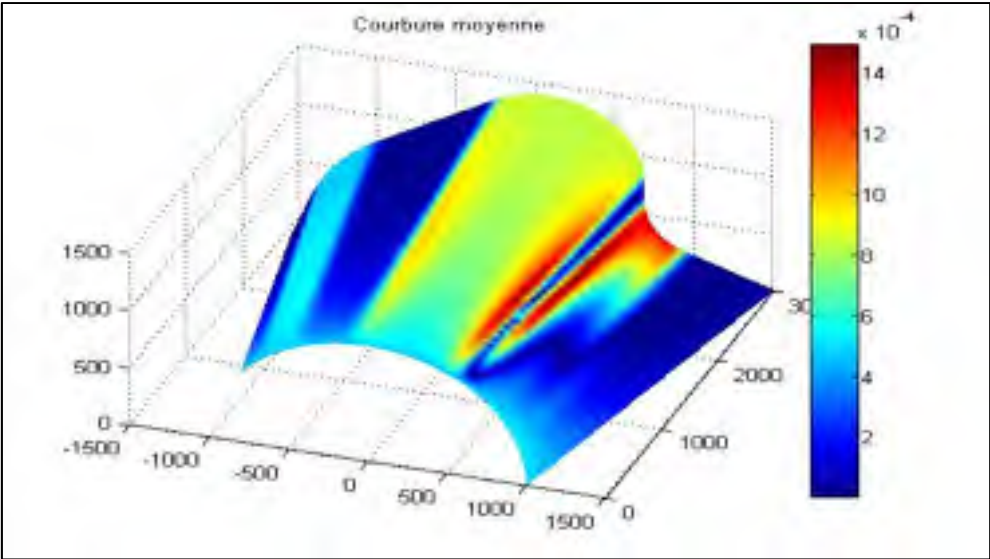


Figure-A II-13 Distribution de la valeur absolue de la courbure moyenne

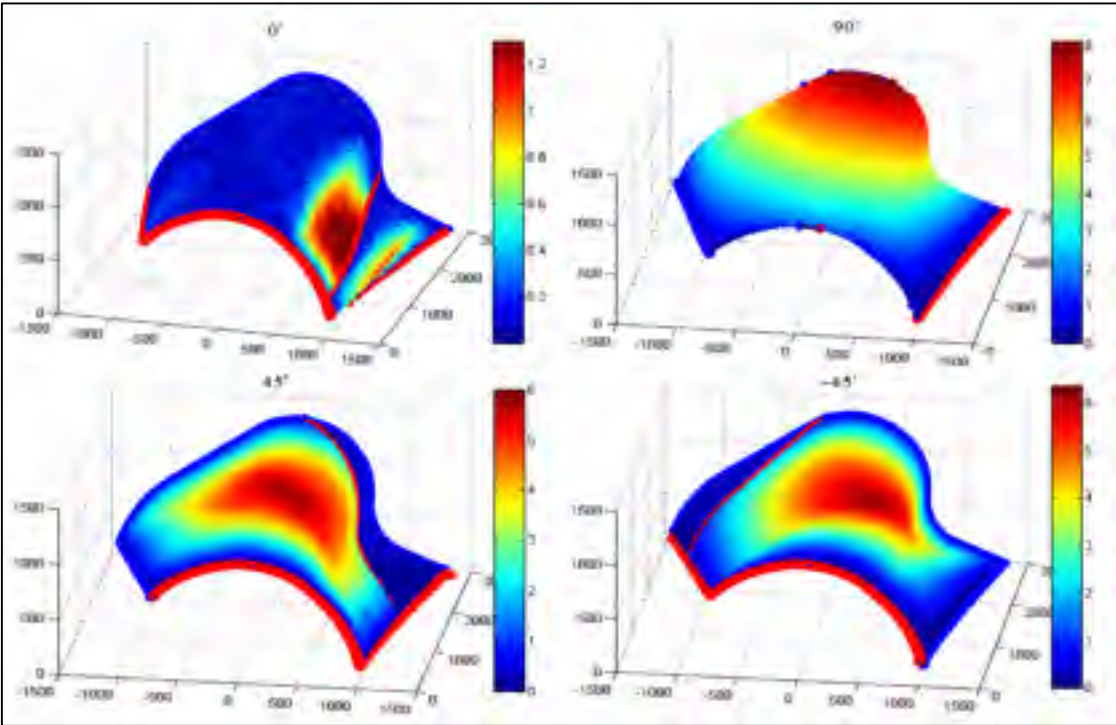


Figure-A II-14 Distribution de l'écart locale entre le parcours du robot et le chemin géodésique

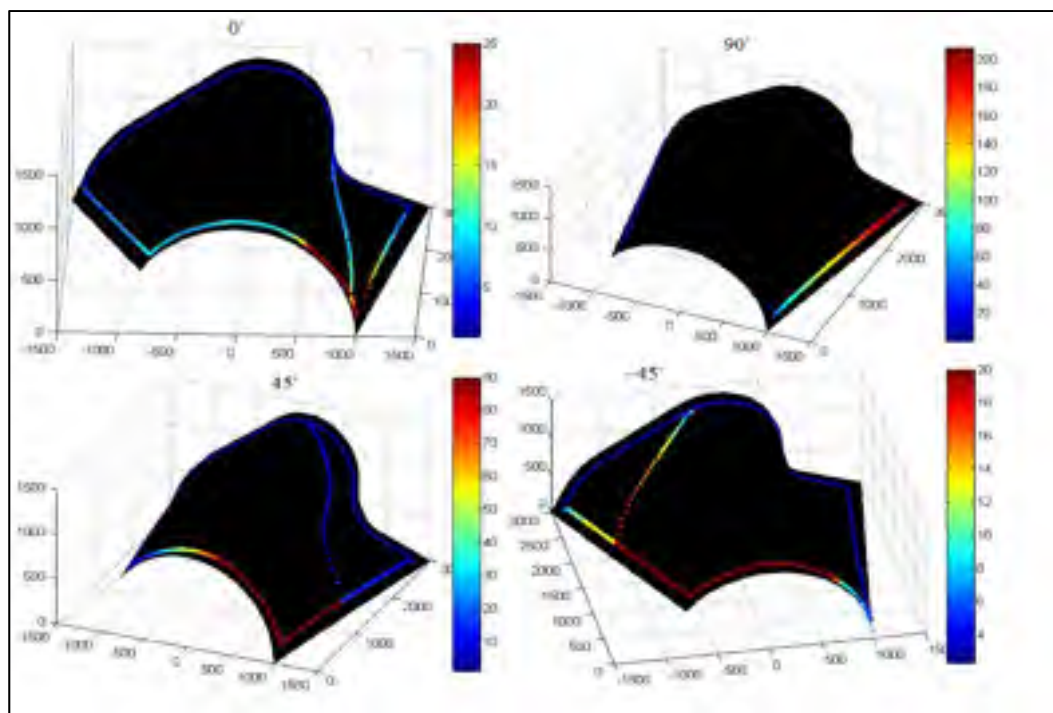


Figure-A II-15 Distribution de la métrique finale globale aux points de coupe et de réacheminement des fibres

Pièce 6

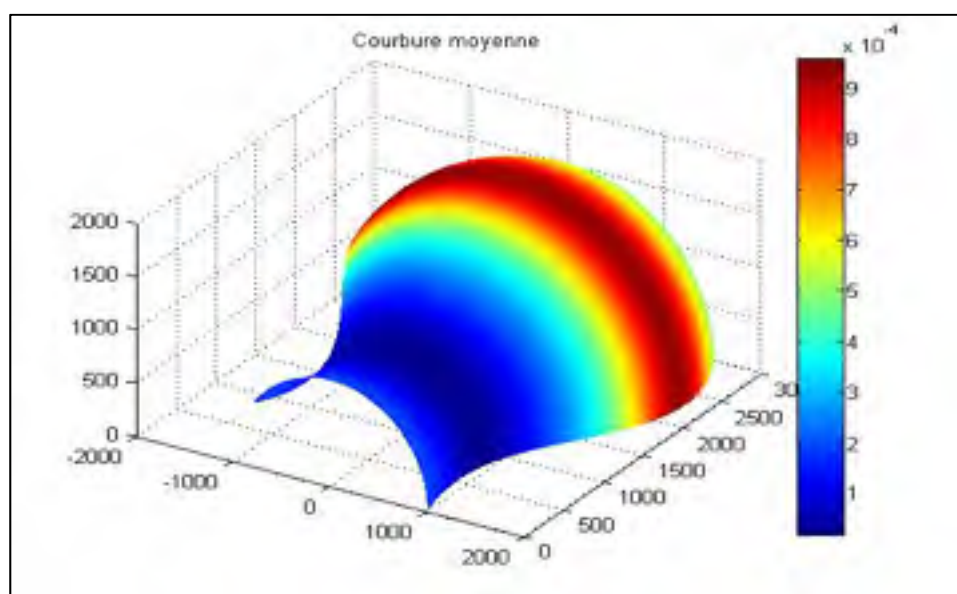


Figure-A II-16 Distribution de la valeur absolue de la courbure moyenne

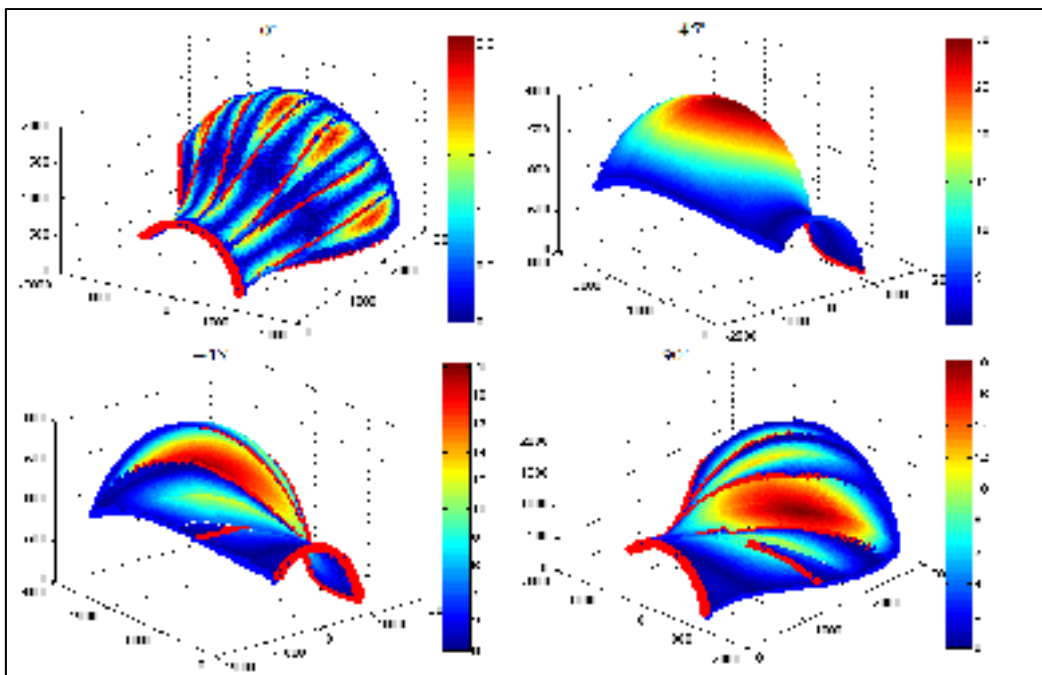


Figure-A II-17 Distribution de l'écart locale entre le parcours du robot et le chemin géodésique

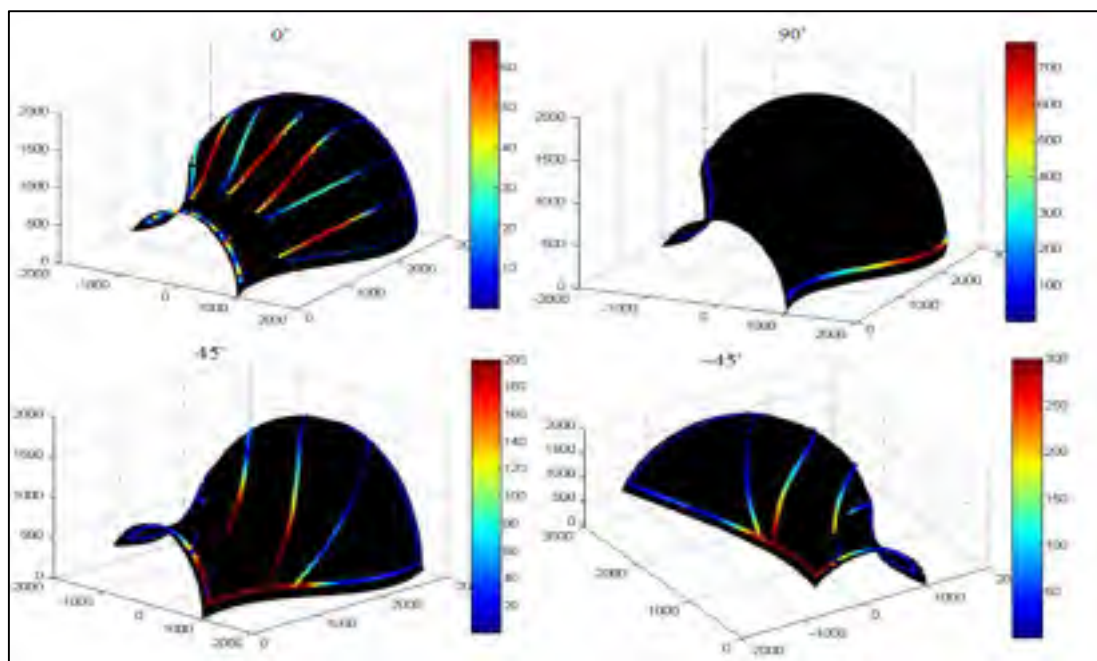


Figure-A II-18 Distribution de la métrique finale globale aux points de coupe et de réacheminement des fibres

BIBLIOGRAPHIE

- Aized, Tauseef, et Bijan Shirinzadeh. 2010. « Robotic fiber placement process analysis and optimization using response surface method ». *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 55, n° 1-4, p. 393-404.
- Arian Nik, Mahdi, Kazem Fayazbakhsh, Damiano Pasini et Larry Lessard. 2014. « Optimization of variable stiffness composites with embedded defects induced by Automated Fiber Placement ». *Composite Structures*, vol. 107, p. 160-166.
- Armatta, Michel. 2001. *Le statut changeant de la corrélation en économétrie (1910-1944)*, 52. 3. Presses de Sciences Po (PFNSP).
- ASME Y14.5. 2009. *Dimensioning and tolerancing : engineering drawings and related documentation practices* (2009), [New ed.]. New York: American Society of Mechanical Engineers., 214 p.
- Barber, C Bradford, David P Dobkin et Hannu Huhdanpaa. 1996. « The quickhull algorithm for convex hulls ». *ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS)*, vol. 22, n° 4, p. 469-483.
- Bathias, Claude, et Claude Wolff. 2005. *Matériaux composites* (2005). Paris: Dunod, xiii, 417 p. p.
- Besl, Paul J, et Neil D McKay. 1992. « Method for registration of 3-D shapes ». In *Robotics-DL tentative*. p. 586-606. International Society for Optics and Photonics.
- Biradar, Pradeep, et SS Pande. 2015. « Efficient Algorithms for Automated Inspection of Freeform Surfaces ». *Procedia Manufacturing*, vol. 1, p. 35-46.
- Blom, ADRIANA W, PATRICK B Stickler et ZAFER Gürdal. 2009. « Design and manufacture of a variable-stiffness cylindrical shell ». In *Proceedings of the SAMPE Europe 30th international conference, Paris, FR*.
- Bothe, Davis R. 1997. *Measuring process capability : techniques and calculations for quality and manufacturing engineers* (1997). New York, N.Y.: McGraw-Hill, xv, 897 p. p.
- Bourdet, Pierre, et Fabien Schneider. 2007. *Spécification géométrique des produits : cotation et tolérancement ISO* (2007). Paris: Dunod : L'Usine Nouvelle, ix, 301 p. p.
- Casey, James. 1996. *Exploring curvature*. Vieweg Wiesbaden.
- Castillo, Enrique. 1988. *Extreme value theory in engineering* (1988). Boston Toronto: Academic Press, xv, 389 p. p.

- Chen, Jihua, Teresa Chen-Keat, Mehdi Hojjati, AJ Vallee, Marc-Andre Oteau et Ali Yousefpour. 2015. « Impact of layup rate on the quality of fiber steering/cut-restart in automated fiber placement processes ». *Science and Engineering of Composite Materials*, vol. 22, n° 2, p. 165-173.
- Chen, Jindong, et Yijie Han. 1990. « Shortest paths on a polyhedron ». In *Proceedings of the sixth annual symposium on Computational geometry*. p. 360-369. ACM.
- Chien-Wei, Wu, W. L. Pearn et S. Kotz. 2009. « An overview of theory and practice on process capability indices for quality assurance ». *International Journal of Production Economics*, vol. 117, n° 2, p. 338-59.
- Dijkstra, Edsger Wybe. 1971. *A short introduction to the art of programming*, 4. Technische Hogeschool Eindhoven Eindhoven.
- ElMaraghy, Waguih, Hoda ElMaraghy, Tetsuo Tomiyama et Laszlo Monostori. 2012. « Complexity in engineering design and manufacturing ». *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, vol. 61, n° 2, p. 793-814.
- Fan, Cheng, Ji Zhao, Lei Zhang et Jun Yuan. 2012. « Method of evaluating the complexity of geometries for free-form surfaces ». In *Advanced Materials Research*. Vol. 490, p. 1150-1155. Trans Tech Publ.
- Fan, Jingfan, Jian Yang, Feng Lu, Danni Ai, Yitian Zhao et Yongtian Wang. 2016. « 3-Points Convex Hull Matching (3PCHM) for fast and robust point set registration ». *Neurocomputing*, vol. 194, p. 227-240.
- ISO 22514. 2007. « Statistical methods in process management Capability and Performance. Part 1: Process capability estimates and performance measures ». vol. ISO 22514-4:2007: International Standard Organisation., p. 58.
- Joshi, Durgesh, et Bhallamudi Ravi. 2010. « Quantifying the Shape Complexity of Cast Parts ». *Computer-Aided Design and Applications*, vol. 7, n° 5, p. 685-700.
- Kerbrat, Olivier, Pascal Mognol et Jean-Yves Hascoët. 2010. « Manufacturability analysis to combine additive and subtractive processes ». *Rapid Prototyping Journal*, vol. 16, n° 1, p. 63-72.
- Kimmel, Ron, et James A Sethian. 1998. « Computing geodesic paths on manifolds ». *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 95, n° 15, p. 8431-8435.
- Korosec, M., J. Balic et J. Kopac. 2005. « Neural network based manufacturability evaluation of free form machining ». *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 45, n° 1, p. 13-20.

- Kroon, Dirk-Jan. 2009. *ICP finite*. < <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/24301-finite-iterative-closest-point> >.
- Kroon, Dirk-Jan. 2014. *Patch Curvature*. < <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/32573-patch-curvature> >.
- Krulikowski, Alex. 2012. *Fundamentals of geometric dimensioning and tolerancing : based on ASME Y14.5-2009* (2012), 3rd ed. Clifton Park, N.Y.: Delmar, xvi, 418 p. p.
- Lépine, Marc, Jr. 2014. « Estimation des indices de capabilité d'un assemblage mécano-soudé en tenant compte de la complexité géométrique ». École de technologie supérieure. < http://espace.etsmtl.ca/1253/1/LEPINE_Marc_Junior.pdf >.
- Lévesque, Sylvain. 2009. « Modélisation des variations dimensionnelles et géométriques d'une structure soudée dans le cas d'une structure d'autocar ». Montréal, École de technologie supérieure, 152 f. p. < <http://espace.etsmtl.ca/id/eprint/992> <http://search.proquest.com/docview/875157346/abstract/130FAFB300560C39265/2?accountid=27231> >.
- Lukaszewicz, Dirk H. J. A., Carwyn Ward et Kevin D. Potter. 2012. « The engineering aspects of automated prepreg layup: History, present and future ». *Composites Part B: Engineering*, vol. 43, n° 3, p. 997-1009.
- Maekawa, Takashi, et Nicholas M Patrikalakis. 1994. « Interrogation of differential geometry properties for design and manufacture ». *The Visual Computer*, vol. 10, n° 4, p. 216-237.
- Marsh, George. 2011. « Automating aerospace composites production with fibre placement ». *Reinforced Plastics*, vol. 55, n° 3, p. 32-37.
- Martínez, Dimas, Luiz Velho et Paulo C Carvalho. 2005. « Computing geodesics on triangular meshes ». *Computers & Graphics*, vol. 29, n° 5, p. 667-675.
- Montgomery, Douglas C, et George C Runger. 2010. *Applied statistics and probability for engineers*. John Wiley & Sons.
- Namouz, Essam Z., et Joshua D. Summers. 2013. *Assembly time modeling through connective complexity metrics*.
- Papoulis, Athanasios, et S Unnikrishna Pillai. 2002. *Probability, random variables, and stochastic processes*. Tata McGraw-Hill Education.

- Peyre, Gabriel. 2009. *Toolbox Fast Marching*. <
<http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/6110-toolbox-fast-marching>
 >.
- Peyré, Gabriel, et Laurent D Cohen. 2004. « Remaillage géodésique par propagation de fronts ». In *RFIA'04*. p.?
- Peyré, Gabriel, et Laurent D Cohen. 2006. « Geodesic remeshing using front propagation ». *International Journal of Computer Vision*, vol. 69, n° 1, p. 145-156.
- Rossignac, Jarek. 2005. « Shape complexity ». *The Visual Computer*, vol. 21, n° 12, p. 985-996.
- Sage, Laurent. 1996. *Dictionnaire de mécatronique : anglais-français* (1996). Paris: Masson, [xv], 120 p. p.
- Sethian, A. 1999a. *Computational Geometry, Fluid Mechanics, Computer Vision And Materials Sciences*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Sethian, JA. 1999b. « Advancing interfaces: level set and fast marching methods ». In. Citeseer.
- Sethian, James Albert. 1999c. *Level set methods and fast marching methods: evolving interfaces in computational geometry, fluid mechanics, computer vision, and materials science*, 3. Cambridge university press.
- Smith, Faye, et Carroll Grant. 2006. « Automated processes for composite aircraft structure ». *Industrial Robot: An International Journal*, vol. 33, n° 2, p. 117-121.
- Stoumbos, Zachary G. 2002. « Process capability indices: overview and extensions ». *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, vol. 3, n° 2, p. 191-210.
- Tahan, S-A, et Sylvain Levesque. 2009a. « Exploiting the process capability of position geometric tolerance according GD&T ASME Y14. 5M ». In *Computers & Industrial Engineering, 2009. CIE 2009. International Conference on*. p. 1267-1272. IEEE.
- Tahan, S-A, et Sylvain Levesque. 2009b. « Exploiting the process capability of profile tolerance according GD&T ASME-Y14. 5M ». In *Computers & Industrial Engineering, 2009. CIE 2009. International Conference on*. p. 1285-1290. IEEE.
- Wu, K. Chauncey, Brian F. Tatting, Brett H. Smith, Randy S. Stevens, Gina P. Occhipinti, Jonathan B. Swift, David C. Achary et Robert P. Thornburgh. 2009. « Design and manufacturing of tow-steered composite shells using fiber placement ». In *50th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, May 4, 2009 - May 7, 2009*. (Palm Springs, CA, United states). Coll. «

Collection of Technical Papers - AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference »: American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc.